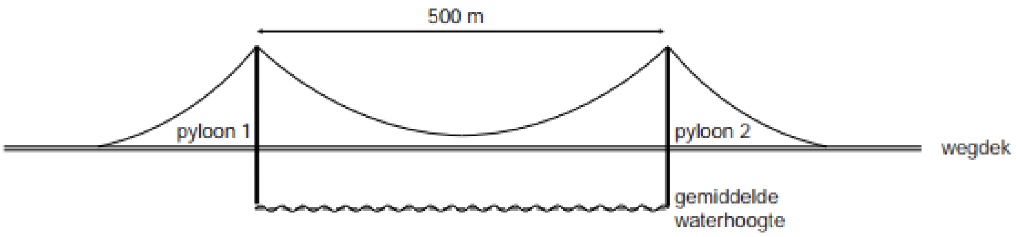
Opgave 1 (5 punten)



De brug over de Rijn bij Emmerich is de langste hangbrug van Duitsland. De afstand tussen de twee pylonen (=pilaar) is 500 meter. De hoogte van de kabel tot het water is gegeven met de volgende formule:

$h = 0{,}0005 \cdot x^2 - 0{,}25x + 70$
$h = hoogte\ kabel\ tot\ het\ water\ (in\ meters)$
$x = afstand\ tot\ pyloon\ 1\ (in\ meters)$

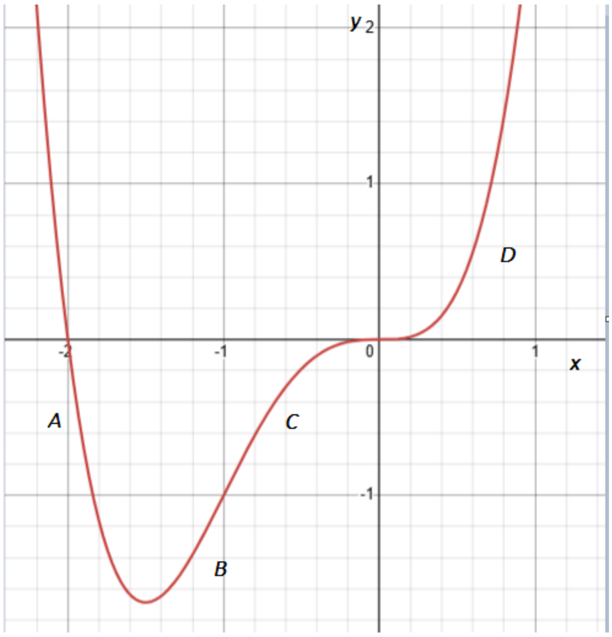
a (2pt) Hoeveel meter komt pyloon 1 boven het water uit?
Invullen van x = 0 geeft h = 70 m (2 punten)
Invullen x = o, maar foute antwoord: (1 punt)
b (3pt) Het wegdek tussen de pylonen lijkt op de tekening horizontaal te lopen, maar heeft in werkelijkheid de vorm van een bergparabool, met de volgende formule:

$w = -0{,}00006 \cdot x^2 + 0{,}03x + 15$
$w = hoogte\ wegdek\ tot\ water\ in\ meters$
$x = afstand\ tot\ pyloon\ 1\ in\ meters$

Bereken de kleinste afstand tussen de kabel en het wegdek in hele meters.

Kleinste afstand als x = 250.
$h = 0{,}0005 \cdot 250^2 - 0{,}25 \cdot 250 + 70 = 38{,}75\ m$ (1 p)
$w = -0{,}00006 \cdot 250^2 + 0{,}03 \cdot 250 + 15 = 18{,}75\ m$ (1 p)
Verschil in hoogte is 20 m. (1 p)

Opgave 2 Grafieken (5 punten)



Dit is de grafiek van $y = x^4 + 2x^3$

a (2 pt) Geef aan voor welk deel of delen van de grafiek deze toenemend stijgend is. Schrijf de letter(s) op die daarbij horen.

B (1 pt) en D (1 pt)

b (1 pt) Geef een punt dat op de grafiek ligt en waar de helling 0 is.

(-1,5 ; -1,6875) of (0, 0) (1punt)

c (2 pt) Teken in een assenstelsel de grafieken van:

$$y_1 = 2x + 3$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}x - 2$$

Y1 goed (1 punt)

Y2 goed (1 punt)

Opgave 3 Stil asfalt (9 punten)

De geluidsoverlast die een snelweg veroorzaakt probeert men te beperken door ‘stil asfalt’ te gebruiken.

Met de volgende formule kan de geluidsintensiteit worden berekend:

$$I = 10^{0,1d-9}$$

$$I = geluidsintensiteit\ (millewatt\ per\ m^2)$$

$$d = hoeveel\ geproduceerd\ geluid\ (dB)$$

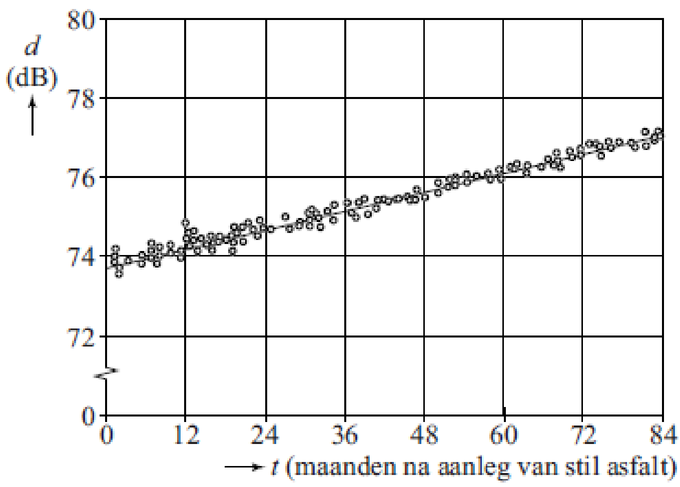
Op een weggedeelte wordt oud asfalt vervangen door nieuw stil asfalt. De hoeveelheid geproduceerd geluid daalt van 80dB naar 74dB.

a (4 pt) Bereken met hoeveel procent de geluidsintensiteit afneemt. Rond je antwoord af op hele procenten.

- Voor $d = 80\ is\ I = 10^{0,1 \cdot 80 - 9} = 0,1$ (1 punt)
- Voor $d = 74\ is\ I = 10^{0,1 \cdot 74 - 9} 0,0251 \ldots$ (1 punt)
- De procentuele verandering $= \frac{0,0251.. - 0,1}{0,1} \cdot 100\%$ (1 punt)
- Juiste antwoord: 75% (-75% is ook goed) (1 punt)

Uit metingen blijkt dat de hoeveel geproduceerd geluid op stil asfalt door de jaren heen stijgt. Dit komt onder andere door slijtage van het asfalt. In de figuur zie je de resultaten van metingen.

figuur



De meetresultaten liggen op en rond de lijn die door de punten (0; 73,7) en (84; 77,0) gaat. De formule van deze lijn is

$$d = a \cdot t + 73,7$$

$$d = hoeveelheid\ geproduceerd\ geluid\ (dB)$$

$$t = maanden\ na\ het\ aanleggen\ van\ stil\ asfalt$$

$$a = constante$$

Afgerond op twee decimalen geldt $a = 0{,}04$. De waarde van *a* kan nauwkeuriger berekend worden.

b (2 pt) Bereken *a* met behulp van de gegeven punten. Geef je antwoord in **drie** decimalen.

- $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{77{,}0-73{,}7}{84-0}$ $(1\ punt)$
- $a \approx 0{,}039$ (1 punt)
  Of:
- $77 = a \cdot 84 + 73{,}7$ (1 punt)
- $a \approx 0{,}039$ (1 punten)

Gebruik formule: $d = 0{,}04 \cdot t + 73{,}7$

c (3 pt) Stil asfalt moet worden vervangen als de hoeveelheid geproduceerd geluid boven de 77,6 dB komt. Na hoeveel maanden moet het asfalt worden vervangen? Rond je antwoord af op hele maanden.

$77{,}6 = 0{,}04 \cdot t + 73{,}7$ (1 punt)

$3{,}9 = 0{,}04 \cdot t$ (1 punt)

$t = 97{,}5 = 98\ maanden$ (1 punt)

Opgave 4 Hart lopen (13 punten)

Tijdens het hardlopen gaat je hartslag omhoog. De maximale hartslag is afhankelijk van je leeftijd en je geslacht.
Er zijn verschillende formules om de maximale hartslag te berekenen, bijvoorbeeld voor ongetrainde en getrainde mannen:

$$M_{ongetraind} = 220 - L \qquad \text{(formule 1)}$$

$$M_{getraind} = 205{,}8 - 0{,}685 \cdot L \qquad \text{(formule 2)}$$

$$M = maximale\ hartslag\ (slagen\ per\ minuut)$$
$$L = leeftijd\ (jaren)$$

De tabel geeft voor diverse soorten trainingen advies over de hartslag die je tijdens die training zou moeten aanhouden.

Soort training	Percentage van de maximale hartslag
warming-up / coolingdown	60
Rustige duurtraining	60 - 70
Intensieve duurtraining	70 - 80
Maximale duurtraining	80 - 90

zware kortdurende inspanningstraining	90 - 100

Hans is een getrainde man van 48 jaar. Hij houdt een rustige duurtraining en volgt daarbij het advies uit de tabel op.
a (3p) Bereken tussen welke waarden de hartslag van Hans moet liggen als hij zich houdt aan het advies. Geef de waarden in een geheel aantal slagen per minuut.

maximumscore 3

- $M = 205{,}8 - 0{,}685 \cdot 48 (= 172{,}92)$ (slagen per min) 1
- $0{,}6 \cdot 172{,}92 = 103{,}752$ en $0{,}7 \cdot 172{,}92 = 121{,}044$ 1
- Het antwoord: 104 tot en met 121 (slagen per min) 1

De Engelse fysioloog Hill stelde dat de hardloopprestatie wordt bepaald door de maximale zuurstofopname *Z* van het lichaam. De formule voor Z is:

$$Z = 15 \cdot \frac{M}{R} \qquad \text{(formule 3)}$$

$$Z = maximale\ zuurstofopname\ (ml / \min per\ kg\ lichaamsgewicht)$$
$$M = maximale\ hartslag\ (slagen\ per\ minuut)$$
$$R = hartslag\ in\ rust (slagen\ per\ minuut)$$

Een marathon is een hardloopwedstrijd over 42,195 km. De gemiddelde snelheid *V* waarmee een hardloper een marathon kan lopen is te berekenen met de volgende formule:

$$V = \frac{Z}{3{,}74} \qquad \text{(formule 4)}$$

Als twee mannen dezelfde hartslag in rust hebben, dan kun je met behulp van de formules 3 en 4 beredeneren dat de persoon met een hogere maximale hartslag een snellere tijd kan lopen op de marathon dan de persoon met een lagere maximale hartslag.
b (3p) Geef deze redenering zonder gebruik te maken van getallenvoorbeelden.

maximumscore 3

- Als M groter is, dan is $Z = 15 \cdot \dfrac{M}{R}$ groter 1
- Als Z groter is, dan is $v = \dfrac{Z}{3{,}74}$ groter 1
- Als de gemiddelde snelheid groter is, wordt er een snellere tijd gelopen 1

Jan, die een marathon gaat lopen, heeft een maximale hartslag van 190 slagen per minuut en een hartslag in rust van 60 slagen per minuut.
c (4p) Bereken met behulp van de formules 3 en 4 de tijd die hij op de marathon gaat lopen. Geef je antwoord in gehele minuten.

maximumscore 4

- $Z = 15 \cdot \dfrac{190}{60} (= 47,5)$ (ml/min per kg) 1
- $v = \dfrac{47,5}{3,74} (= 12,7...)$ (km/uur) 1
- De tijd op de marathon is $\dfrac{42,195}{12,7...} (= 3,32...)$ (uur) 1
- Het antwoord: 199 (min) (of 3 uur en 19 min) 1

Met behulp van de formules 3 en 4 is de volgende formule af te leiden voor de gemiddelde snelheid die een hardloper kan lopen op een marathon:

$$V = \frac{15M}{3{,}74R} \qquad \text{(formule 5)}$$

Met de formules 2 en 5 kun je een formule afleiden waarbij *V* is uitgedrukt in *L* en *R*. Deze formule is te
schrijven in de vorm:

$$v = \frac{a - b \cdot L}{R} \qquad \text{(formule 6)}$$

Hierin zijn *a* en *b* getallen.
d (3p) Leid formule 6 af uit de formules 2 en 5. Geef daarbij *a* en *b* in één decimaal.

maximumscore 3

- $v = \dfrac{15 \cdot (205,8 - 0,685L)}{3,74R}$ 1
- $v = \dfrac{3087 - 10,275L}{3,74R}$ 1
- $\left(\dfrac{3087}{3,74} = 825,40... \text{ en } \dfrac{10,275}{3,74} = 2,74..., \text{ dus}\right)$ $v = \dfrac{825,4 - 2,7L}{R}$ 1

of

- $v = \dfrac{15M}{3,74R} = \dfrac{4,01... \cdot M}{R}$ 1
- $v = \dfrac{4,01... \cdot (205,8 - 0,685L)}{R}$ 1
- $(4,01... \cdot 205,8 = 825,40... \text{ en } 4,01... \cdot 0,685 = 2,74..., \text{ dus})$
  $v = \dfrac{825,4 - 2,7L}{R}$ 1

Opgave 5 Bier (7 punten)

Hop is een belangrijk ingrediënt van bier. Door het koken van hop worden alfazuren omgezet in iso-alfazuren. De iso-alfazuren zorgen voor een bittere smaak.

Voor een kooktijd tussen 5 en 45 minuten geldt:

$$P = 4{,}5 \cdot 1{,}043^{t}$$

$$P = percentage\ omgezette\ alfazuren$$

$$g = groeifactor\ per\ minuut$$

$$t = tijd\ in\ minuten,\ t = 0\ is\ na\ 5\ minuten\ koken$$

Na 45 minuten koken is 24,2% van de alfazuren omgezet.

a (1p) Hoeveel procent alfazuren bevat hop voordat het gekookt wordt?
beginpercentage = 4,5% (1 punt)

b (3p) In de formule is *g* afgerond op 3 decimalen. Bereken *g* nu zelf en rond af op 5 decimalen.

- (De groeifactor per 40 minuten is) $\frac{24{,}2}{4{,}5}(=5{,}377...)$ 1
- (De groeifactor per minuut is dan) $\left(\frac{24{,}2}{4{,}5}\right)^{\frac{1}{40}}$ 1
- Dus de groeifactor per minuut is (1,042953…, dus) 1,04295 1

of

- De vergelijking $4{,}5 \cdot g^{40} = 24{,}2$ moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- ($g = 1{,}042953...$, dus) de groeifactor per minuut is 1,04295 1

De Europese bitterheidseenheid (EBU, European Bittering Units) is een maat om de bitterheid van bier aan te geven. De volgende formule geldt:

$$B = \frac{4 \cdot P \cdot M}{5 \cdot V}$$

$$B = bitterheid\ (EBU)$$

$$P = percentage\ alfazuren\ dat\ is\ omgezet$$

$$M = massa\ hop\ (gram)$$

$$V = hoeveelheid\ gebrouwen\ bier\ (liter)$$

Een amateurbrouwer wil graag een bitterheid van 30 EBU hebben voor zijn bier en gebruikt hiervoor 100 gram hop. De hop wordt 30 minuten gekookt.

c (4p) Bereken hoeveel liter bier hiermee kan worden gebrouwen. Rond af op hele liters.

maximumscore 4

- $P = 4{,}5 \cdot 1{,}043^{25} (= 12{,}8...)$ 1
- Dit geeft $30 = \dfrac{4 \cdot 12{,}8... \cdot 100}{5 \cdot V}$ 1
- $V = \dfrac{4 \cdot 12{,}8... \cdot 100}{5 \cdot 30}$ 1
- Dit geeft $V = 34$ (liter) 1

Als de student bij vraag c geen rekening heeft gehouden met het gegeven dat t =0 als het bier 5 minuten heeft gekookt, geen punten in mindering brengen,.