

Uitwerkingen Hoofdstuk 5

Opmerking:

Naarmate je verder in het bestand zit zullen de sommen geleidelijk aan niet altijd meer volledig uitgeschreven worden.

Houd hier rekening mee.

Onthoud:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab + b^2 = a^2 - b^2$$

Bij deze 3 merkwaardige producten mogen de tussenstappen weggelaten worden.

Je mag ze er echter ook bij zetten, als je dat gemakkelijker vindt.

Normaal tel je alle termen bij elkaar op, maar:

$$+ * + = +$$

$$+ * - = -$$

$$- * - = +$$

$$x + -x = x + 1 * (-x) = x - x$$

$$x - -x = x - 1 * (-x) = x + x$$

5.1

a. $a * a + 6a + 6a + 6 * 6 = a^2 + 12a + 36$

b. $a * a + (-2)a + (-2)a + (-2) * (-2) = a^2 - 2a - 2a + 4 = a^2 - 4a + 4$

c. $a^2 + 11a + 11a + 11 * 11 = a^2 + 22a + 121$

d. $a^2 - 9a - 9a - 9 * -9 = a^2 - 18a + 81$

e. $a^2 + 1a + 1a + 1 * 1 = a^2 + 2a + 1$

5.2

- a. $b^2 + 5b + 5b + 5 * 5 = b^2 + 10b + 25$
- b. $b^2 - 12b - 12b - 12 * -12 = b^2 - 24b + 144$
- c. $b^2 + 13b + 13b + 13 * 13 = b^2 + 26b + 169$
- d. $b^2 - 7b - 7b - 7 * -7 = b^2 - 14b + 49$
- e. $b^2 + 8b + 8b + 8 * 8 = b^2 + 16b + 64$

5.3

- a. $a^2 + 14a + 14a + 14 * 14 = a^2 + 28a + 196$
- b. $(-b) * (-b) - b * 5 - b * 5 + 5 * 5 = b^2 - 10b + 25$
- c. $a^2 - 15a - 15a + (-15) * (-15) = a^2 - 30a + 225$
- d. $b^2 + (-b) * (-2) + (-b) * (-2) + (-2) * (-2) = b^2 + 4b + 4$
- e. $a^2 - 10a - 10a + 10 * 10 = a^2 - 20a + 100$

5.4

- a. $2a * 2a + 10a + 10a + 5 * 5 = 4a^2 + 20a + 25$
- b. $3a * 3a + 3a * (-6) + 3a * (-6) + (-6) * (-6) = 9a^2 - 36a + 36$
- c. $11a * 11a + 2 * 11a + 2 * 11a + 2 * 2 = 121a^2 + 44a + 4$
- d. $4a * 4a + 4a * (-9) + 4a * (-9) + (-9) * (-9) = 16a^2 - 72a + 81$
- e. $13a * 13a + 13a * 14 + 13a * 14 + 14 * 14 = 169a^2 + 364a + 196$

5.5

- a. $5b * 5b + 2 * 5b + 2 * 5b + 2 * 2 = 25b^2 + 20b + 4$
- b. $2a * 2a + (-3) * 2a + (-3) * 2a + (-3) * (-3) = 4a^2 - 12a + 9$
- c. $9b * 9b + 7 * 9b + 7 * 9b + 7 * 7 = 81b^2 + 126b + 49$
- d. $4a * 4a + 4a * (-3) + 4a * (-3) + 9 = 16a^2 - 24a + 9$
- e. $8b * 8b + 8b + 8b + 1 = 64b^2 + 16b + 1$

5.6

- a. $2a * 2a + 2a * 5b + 2a * 5b + 5b * 5b = 4a^2 + 20ab + 25b^2$
- b. $3a * 3a + 3a * (-13b) + 3a * (-13b) + (-13b) * (-13b) = 9a^2 - 78b + 169b^2$
- c. $a * a + a * 2b + a * 2b + 2b * 2b = a^2 + 4ab + 4b^2$
- d. $2a * 2a + 2a * (-b) + 2a * (-b) + (-b) * (-b) = 4a^2 - 4ab + b^2$
- e. $6a * 6a + 6a * 7b + 6a * 7b + 7b * 7b = 36a^2 + 84ab + 49b^2$

5.7

- a. $12a * 12a + 12a * (-5b) + 12a * (-5b) + 25b^2 = 144a^2 - 120ab + 25b^2$
- b. $(-2a) * (-2a) + (-2a) * b + (-2a) * b + b^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$
- c. $7a * 7a + 7a * (-5b) + 7a * (-5b) + (-5)b^2 = 49a^2 - 70ab + 25b^2$
- d. $(-14a) * (-14a) + (-14a) * 3 + (-14a) * 3 + 3^2 = 196a^2 - 84a + 9$
- e. $a * a + 11b * a + 11b * a + 11b * 11b = a^2 + 22ab + 121b^2$

5.8

- a. $a^2 * a^2 + 5a^2 + 5a^2 + 5^2 = a^4 + 10a^2 + 25$
- b. $a^2 * a^2 + (-3) * a^2 + (-3) * a^2 + (-3) * (-3) = a^4 - 6a^2 + 9$
- c. $b^2 * b^2 + (-1) * b^2 + (-1) * b^2 + (-1)^2 = b^4 - 2b^2 + 1$
- d. $a^3 * a^3 + 2a^3 + 2a^3 + 2^2 = a^6 + 4a^3 + 4$
- e. $b^4 * b^4 + (-7) * b^4 + (-7) * b^4 + (-7)^2 = b^8 - 14b^4 + 49$

5.9

- a. $2a * 2a + 2a * 7b + 2a * 7b + 7b * 7b = 4a^2 + 28ab + 49b^2$
- b. $(3a)^2 + 3a * 8b + 3a * 8b + (8b)^2 = 9a^2 + 48ab + 64b^2$
- c. $(5a)^2 + 5a * (-9b) + 5a * (-9b) + (-9b)^2 = 25a^2 - 90ab + 81b^2$
- d. $(7a)^2 + 7a * (-8b) + 7a * (-8b) + (-8b)^2 = 49a^2 - 112ab + 64b^2$
- e. $(6a)^2 + 6a * (-11b) + 6a * (-11b) + (-11b)^2 = 36a^2 - 132ab + 121b^2$

5.10

- a. $a^2 * a^2 + 3a^2 + 3a^2 + 3^2 = a^4 + 6a^2 + 9$
- b. $b^2 * b^2 - 4b^2 - 4b^2 - 16 = b^4 - 8b^2 + 16$
- c. $2a^3 * 2a^3 - 13 * 2a^3 - 13 * 2a^3 + (-13)^2 = 4a^6 - 52a^3 + 169$
- d. $5b^2 * 5b^2 + 14 * 5b^2 + 14 * 5b^2 + 14^2 = 25b^4 + 140b^2 + 196$
- e. $((-12)a^3)^2 + (-5) * (-12)a^3 + (-5) * (-12)a^3 + (-5)^2 = 144a^6 + 120a^3 + 25$

5.11

- a. $(2a^2)^2 + 2a^2 * (-3b) + 2a^2 * (-3b) + (-3b)^2 = 4a^4 - 12a^2b + 9b^2$
- b. $(3a^2)^2 + 6a^2b + 6a^2b + 4b^2 = 9a^4 + 12a^2b + 4b^2$
- c. $(9a^2)^2 + 9a^2 * (-5)b^2 + 9a^2 * (-5)b^2 + ((-5)b^2)^2 = 81a^4 - 90a^2b^2 + 25b^4$
- d. $(12a^3)^2 + 2b^2 * 12a^3 + 2b^2 * 12a^3 + (2b^2)^2 = 144a^6 + 48a^3b^2 + 4b^4$
- e. $(20a^2)^2 + 20a^2 * (-6)b^3 + 20a^2 * (-6)b^3 + ((-6)b^3)^2 = 400a^4 - 240a^2b^3 + 36b^6$

5.12

- a. $((2a)^2 + 6a + 6a + 3^2) + (a^2 - a - a + 1) = 4a^2 + 12a + 9 + a^2 - 2a + 1$
 $= 5a^2 + 10a + 10$
- b. $(a^2 - 10a + 5^2) - (a^2 + 4a + 4a + 16) = a^2 - 10a + 25 - a^2 - 8a - 16 = -18a + 9$
- c. $((3a)^2 - 3a - 3a + 1) - ((2a)^2 - 6a - 6a + 9) = 9a^2 - 6a + 1 - 4a^2 + 12a - 9$
 $= 5a^2 + 6a - 8$
- d. $((2a)^2 + 2ab + 2ab + b^2) + (a^2 + 2ab + 2ab + 4b^2)$
 $= 4a^2 + 4ab + b^2 + a^2 + 4ab + 4b^2 = 5a^2 + 5b^2 + 8ab$
- e. $((-7a^2)^2 + (-7)a^2 * 9b^2 + (-7)a^2 * 9b^2 + (9b^2)^2) -$
 $((9a^2)^2 + 9a^2 * (-7)b^2 + 9a^2 * (-7)b^2 + ((-7)b^2)^2)$
 $= 49a^4 - 126a^2b^2 + 81b^4 - 81a^4 + 126a^2b^2 - 49b^4 = 32b^4 - 32a^4$

5.13

- a. $a^2 - 16 = a^2 - 4^2 = (a + 4)(a - 4)$
- b. $a^2 - 1 = a^2 - 1^2 = (a + 1)(a - 1)$
- c. $a^2 - 144 = a^2 - 12^2 = (a + 12)(a - 12)$
- d. $a^2 - 81 = a^2 - 9^2 = (a + 9)(a - 9)$
- e. $a^2 - 121 = a^2 - 11^2 = (a + 11)(a - 11)$

5.14

- a. $a^2 - 36 = a^2 - 6^2 = (a + 6)(a - 6)$
- b. $a^2 - 4 = a^2 - 2^2 = (a + 2)(a - 2)$
- c. $a^2 - 169 = a^2 - 13^2 = (a + 13)(a - 13)$
- d. $a^2 - 256 = a^2 - 16^2 = (a + 16)(a - 16)$
- e. $a^2 - 1024 = a^2 - 32^2 = (a + 32)(a - 32)$

5.15

- a. $4a^2 - 9 = (2a)^2 - 3^2 = (2a + 3)(2a - 3)$
- b. $9a^2 - 1 = (3a)^2 - 1^2 = (3a + 1)(3a - 1)$
- c. $16a^2 - 25 = (4a)^2 - 5^2 = (4a + 5)(4a - 5)$
- d. $25a^2 - 81 = (5a)^2 - 9^2 = (5a + 9)(5a - 9)$
- e. $144a^2 - 169 = (12a)^2 - 13^2 = (12a + 13)(12a - 13)$

5.16

- a. $36a^2 - 49 = (6a)^2 - 7^2 = (6a + 7)(6a - 7)$
- b. $64a^2 - 121 = (8a)^2 - 11^2 = (8a + 11)(8a - 11)$
- c. $400a^2 - 441 = (20a)^2 - 21^2 = (20a + 21)(20a - 21)$
- d. $196a^2 - 225 = (14a)^2 - 15^2 = (14a + 15)(14a - 15)$
- e. $144a^2 - 49 = (12a)^2 - 7^2 = (12a + 7)(12a - 7)$

5.17

- a. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- b. $4a^2 - 25b^2 = (2a)^2 - (5b)^2 = (2a + 5b)(2a - 5b)$
- c. $9a^2 - b^2 = (3a)^2 - b^2 = (3a + b)(3a - b)$
- d. $16a^2 - 81b^2 = (4a)^2 - (9b)^2 = (4a + 9b)(4a - 9b)$
- e. $196a^2 - 169b^2 = (14a)^2 - (13b)^2 = (14a + 13b)(14a - 13b)$

5.18

- a. $a^2b^2 - 4 = (ab)^2 - 2^2 = (ab + 2)(ab - 2)$
- b. $a^2b^2 - 625 = (ab)^2 - 25^2 = (ab + 25)(ab - 25)$
- c. $9a^2b^2 - 25c^2 = (3ab)^2 - (5c)^2 = (3ab + 5c)(3ab - 5c)$
- d. $25a^2 - 16b^2c^2 = (5a)^2 - (4bc)^2 = (5a + 4bc)(5a - 4bc)$
- e. $100a^2b^2 - 9c^2 = (10ab)^2 - (3c)^2 = (10ab + 3c)(10ab - 3c)$

5.19

- a. $a^4 - b^2 = (a^2)^2 - b^2 = (a^2 + b)(a^2 - b)$
- b. $25a^4 - 16b^2 = (5a^2)^2 - (4b)^2 = (5a^2 + 4b)(5a^2 - 4b)$
- c. $16a^4 - b^4 = (4a^2)^2 - (b^2)^2 = ((4a^2) + b^2)((4a^2) - b^2) = (4a^2 + b^2)(4a^2 - b^2)$
 $= (4a^2 + b^2)((2a)^2 - b^2) = (4a^2 + b^2)(2a + b)(2a - b)$
- d. $81a^4 - 16b^4 = (9a^2)^2 - (4b^2)^2 = (9a^2 + 4b^2)(9a^2 - 4b^2)$
 $= (9a^2 + 4b^2)((3a)^2 - (2b)^2) = (9a^2 + 4b^2)(3a + 2b)(3a - 2b)$
- e. $256a^4 - 625b^4 = (16a^2)^2 - (25b^2)^2 = (16a^2 + 25b^2)(16a^2 - 25b^2)$
 $= ((16a^2 + 25b^2)((4a)^2 - (5b)^2) = (16a^2 + 25b^2)(4a + 5b)(4a - 5b)$

5.20

- a. $a^4b^2 - 1 = (a^2b)^2 - 1^2 = ((a^2b) + 1)((a^2b) - 1)$
- b. $a^2b^4 - c^2 = (ab^2)^2 - c^2 = ((ab^2) + c)((ab^2) - c)$
- c. $a^4 - 81b^4c^4 = (a^2)^2 - (9b^2c^2)^2 = (a^2 + 9b^2c^2)(a^2 - 9b^2c^2)$
 $= (a^2 + 9b^2c^2)(a^2 - (3bc)^2) = (a^2 + 9b^2c^2)(a + 3bc)(a - 3bc)$
- d. $a^8 - b^8 = (a^4)^2 - (b^4)^2 = (a^4 + b^4)(a^4 - b^4) = (a^4 + b^4)((a^2)^2 - (b^2)^2)$
 $= (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) = (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$
- e. $256a^8 - b^8 = ((16a^4)^2 - (b^4)^2) = ((16a^4) + b^4)((16a^4) - b^4)$
 $= ((16a^4) + b^4)((4a^2)^2 - (b^2)^2)$
 $= ((16a^4) + b^4)(4a^2 + b^2)(4a^2 - b^2)$
 $= ((16a^4) + b^4)(4a^2 + b^2)((2a)^2 - b^2)$
 $= ((16a^4) + b^4)(4a^2 + b^2)(2a + b)(2a - b)$

5.21

- a. $a^3 - a = a(a^2 - 1) = a(a + 1)(a - 1)$
- b. $8a^2 - 50 = 2(4a^2 - 25) = 2((2a)^2 - 5^2) = 2(2a + 5)(2a - 5)$
- c. $27a^2 - 12b^2 = 3(9a^2 - 4b^2) = 3((3a)^2 - (2b)^2) = 3(3a + 2b)(3a - 2b)$
- d. $125a^3 - 45a = 5(25a^3 - 9a) = 5a(25a^2 - 9) = 5a((5a)^2 - 3^2) = 5a(5a + 3)(5a - 3)$
- e. $600a^5 - 24a^3 = 6a(100a^4 - 4a^2) = 24a(25a^4 - 1a^2) = 24a^3(25a^2 - 1)$
 $= 24a^3((5a)^2 - 1) = 24a^3(5a + 1)(5a - 1)$

5.22

- a. $3a^2b^3 - 27b = 3b(a^2b^2 - 9) = 3b((ab)^2 - 3^2) = 3b(ab + 3)(ab - 3)$
- b. $128a^3b^3 - 18ab = 2ab(64a^2b^2 - 9) = 2ab((8ab)^2 - 3^2) = 2ab(8ab + 3)(8ab - 3)$
- c. $a^6b^3 - a^2b = a^2b(a^4b^2 - 1) = a^2b((a^2b)^2 - 1^2) = a^2b(a^2b + 1)(a^2b - 1)$
- d. $-5a^3b^3c + 125abc = -5abc(a^2b^2 - 25) = -5abc((ab)^2 - 5^2)$
 $= -5abc(ab + 5)(ab - 5) = 5abc(5 + ab)(5 - ab)$
 (N.B. $-5abc(ab + 5)(ab - 5)$ en $5abc(5 + ab)(5 - ab)$ zijn beide goede antwoorden)
- e. $3a^2b - 3b = 3b(a^2 - 1) = 3b(a + 1)(a - 1)$

5.23

a. $a^5 - a = a(a^4 - 1) = a((a^2)^2 - 1^2) = a(a^2 + 1)(a^2 - 1) = a(a^2 + 1)((a)^2 - 1^2)$
 $= a(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$

b. $2a^5 - 32a = 2a(a^4 - 16) = 2a((a^2)^2 - 4^2) = 2a(a^2 + 4)(a^2 - 4)$
 $= 2a(a^2 + 4)(a^2 - 2^2) = 2a(a^2 + 4)(a + 2)(a - 2)$

c. $a^5b^5 - 81ab = ab(a^4b^4 - 81) = ab((a^2b^2)^2 - 9^2) = ab(a^2b^2 + 9)(a^2b^2 - 9)$
 $= ab(a^2b^2 + 9)((ab)^2 - 3^2) = ab(a^2b^2 + 9)(ab + 3)(ab - 3)$

d. $-a^7 + 625a = -a(a^6 - 625) = -a((a^3)^2 - 25^2) = -a(a^3 + 25)(a^3 - 25)$
 $= a(25 + a^3)(25 - a^3)$

(N.B. $-a(a^3 + 25)(a^3 - 25)$ en $a(25 + a^3)(25 - a^3)$ zijn beide goede antwoorden)

e. $a^9b - 256ab^9 = ab(a^8 - 256b^8) = ab((a^4)^2 - (16b^4)^2)$
 $= ab(a^4 + 16b^4)(a^4 - 16b^4)$
 $= ab(a^4 + 16b^4)((a^2)^2 - (4b^2)^2)$
 $= ab(a^4 + 16b^4)(a^2 + 4b^2)(a^2 - 4b^2)$
 $= ab(a^4 + 16b^4)(a^2 + 4b^2)(a^2 - (2b)^2)$
 $= ab(a^4 + 16b^4)(a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b)$

5.24

a. $(a + 3)^2 - (a + 2)^2 = ((a + 3) + (a + 2))((a + 3) - (a + 2)) = (2a + 5)(1) = 2a + 5$

b. $(2a - 1)^2 - (a + 2)^2 = ((2a - 1) + (a + 2))((2a - 1) - (a + 2)) = (3a + 1)(a - 3)$

c. $(a + 5)^2 - (2a + 3)^2 = ((a + 5) + (2a + 3))((a + 5) - (2a + 3))$
 $= (3a + 8)(-a + 2) = (3a + 8)(2 - a)$

d. $(a + 1)^2 - (3a - 1)^2 = ((a + 1) + (3a - 1))((a + 1) - (3a - 1)) = (4a)(-2a + 2)$
 $= 4a * 2 * (-a + 1) = 8a(-a + 1) = 8a(1 - a)$

e. $(2a + 1)^2 - (3a + 2)^2 = ((2a + 1) + (3a + 2))((2a + 1) - (3a + 2))$
 $= (5a + 3)(-a - 1)$

5.25

Dit zijn stuk voor stuk merkwaardige producten met in de ene factor een + en in de andere een -.

Dit betekent ook dat er twee termen tegen elkaar weg vallen en deze hoef je dus in principe niet eens uit te rekenen. Toch zijn ze hier volledig uitgewerkt. Voor de vorm, zeg maar.

- a. $a * a + a * 2 - 2 * a - 2 * 2 = a^2 + 2a - 2a - 4 = a^2 - 4$
- b. $a * a + a * (-7) - 7 * a - 7 * 7 = a^2 + 7a - 7a - 49 = a^2 - 49$
- c. $a * a + a * 3 - 3 * a - 3 * 3 = a^2 + 3a - 3a - 9 = a^2 - 9$
- d. $a * a + a * (-12) + 12 * a + 12 * (-12) = a^2 - 12a + 12a - 144 = a^2 - 144$
- e. $a * a + a * 11 - 11 * a - 11 * 11 = a^2 + 11a - 11a - 121 = a^2 - 121$

5.26

- a. $2a * 2a + 2a * 5 - 5 * 2a - 5 * 5 = 4a^2 + 10a - 10a - 25 = 4a^2 - 25$
- b. $3a * 3a + 3a * 1 - 1 * 3a - 1 * 1 = 9a^2 + 3a - 3a - 1 = 9a^2 - 1$
- c. $4a * 4a + 4a * (-3) + 3 * 4a + 3 * (-3) = 16a^2 - 12a + 12a - 9 = 16a^2 - 9$
- d. $9a * 9a + 9a * 12 - 12 * 9a - 12 * 12 = 81a^2 + 108a - 108a - 144 = 81a^2 - 144$
- e. $13a * 13a + 13a * (-14) + 14 * 13a + 14 * (-14) = 169a^2 - 182a + 182a - 196 = 169a^2 - 196$

5.27

- a. $6a * 6a + 6a * 9 - 9 * 6a - 9 * 9 = 36a^2 + 54a - 54a - 81 = 36a^2 - 81$
- b. $15a * 15a + 15a * 1 - 1 * 15a - 1 * 1 = 225a^2 + 15a - 15a - 1 = 225a^2 - 1$
- c. $7a * 7a + 7a * 8 - 8 * 7a - 8 * 8 = 49a^2 + 56a - 56a - 64 = 49a^2 - 64$
- d. $16a * 16a + 16a * (-5) + 5 * 16a + 5 * (-5) = 256a^2 - 80a + 80a - 25 = 256a^2 - 25$
- e. $21a * 21a + 21a * (-25) + 25 * 21a + 25 * (-25) = 441a^2 - 525a + 525a - 625 = 441a^2 - 625$

5.28

- a. $a^2 * a^2 + a^2 * 5 - 5 * a^2 - 5 * 5 = a^4 + 5a^2 - 5a^2 - 25 = a^4 - 25$
- b. $a^2 * a^2 + a^2 * (-9) + 9 * a^2 + 9 * (-9) = a^4 - 9a^2 + 9a^2 - 81 = a^4 - 81$
- c. $2a^2 * 2a^2 + 2a^2 * (-3) + 3 * 2a^2 + 3 * (-3) = 4a^4 - 6a^2 + 6a^2 - 9 = 4a^4 - 9$
- d. $6a^2 * 6a^2 + 6a^2 * 5 - 5 * 6a^2 - 5 * 5 = 36a^4 + 30a^2 - 30a^2 - 25 = 36a^4 - 25$
- e. $9a^2 * 9a^2 + 9a^2 * 11 - 11 * 9a^2 - 11 * 11 = 81a^4 + 99a^2 - 99a^2 - 121 = 81a^4 - 121$

5.29

- a. $a^3 * a^3 + a^3 * 4 - 4 * a^3 - 4 * 4 = a^6 + 4a^3 - 4a^3 - 16 = a^6 - 16$
- b. $a^5 * a^5 + a^5 * (-10) + 10 * a^5 + 10 * (-10) = a^{10} - 10a^5 + 10a^5 - 100 = a^{10} - 100$
- c. $9a^2 * 9a^2 + 9a^2 * (-2) + 2 * 9a^2 + 2 * (-2) = 81a^4 - 18a^2 + 18a^2 - 4 = 81a^4 - 4$
- d. $11a^4 * 11a^4 + 11a^4 * 3 - 3 * 11a^4 - 3 * 3 = 121a^8 + 33a^4 - 33a^4 - 9 = 121a^8 - 9$
- e. $12a^6 * 12a^6 + 12a^6 * (-13) + 13 * 12a^6 + 13 * (-13)$
 $= 144a^{12} - 156a^6 + 156a^6 - 169 = 144a^{12} - 169$

5.30

- a. $2a * 2a + 2a * (-3)b + 3b * 2a + 3b * (-3)b = 4a^2 - 6ab + 6ab - 9b^2 = 4a^2 - 9b^2$
- b. $6a * 6a + 6a * 10b - 10b * 6a - 10b * 10b = 36a^2 + 60ab - 60ab - 100b^2$
 $= 36a^2 - 100b^2$
- c. $9a * 9a + 9a * (-2)b + 2b * 9a + 2b * (-2)b = 81a^2 - 18ab + 18ab - 4b^2$
 $= 81a^2 - 4b^2$
- d. $7a * 7a + 7a * 5b - 5b * 7a - 5b * 5b = 49a^2 + 35ab - 35ab - 25b^2 = 49a^2 - 25b^2$
- e. $a * a + a * 20b - 20b * a - 20b * 20b = a^2 + 20ab - 20ab - 400b^2 = a^2 - 400b^2$

5.31

- a. $a^2 * a^2 + a^2 * (-b) + b * a^2 + b * (-b) = a^4 - a^2b + a^2b - b^2 = a^4 - b^2$
- b. $2a^2 * 2a^2 + 2a^2 * (-3b) + 3b * 2a^2 + 3b * (-3b) = 4a^4 - 6a^2b + 6a^2b - 9b^2 = 4a^4 - 9b^2$
- c. $5a^2 * 5a^2 + 5a^2 * 3b^2 - 3b^2 * 5a^2 - 3b^2 * 3b^2 = 25a^4 + 15a^2b^2 - 15a^2b^2 - 9b^4 = 25a^4 - 9b^4$
- d. $6a^2 * 6a^2 + 6a^2 * 11b^2 - 11b^2 * 6a^2 - 11b^2 * 11b^2 = 36a^4 + 66a^2b^2 - 66a^2b^2 - 121b^4 = 36a^4 - 121b^4$
- e. $13a^2 * 13a^2 + 13a^2 * (-15)b^2 + 15b^2 * 13a^2 + 15b^2 * (-15)b^2 = 169a^4 - 195a^2b^2 + 195a^2b^2 - 225b^4 = 169a^4 - 225b^4$

5.32

- a. $a^3 * a^3 + a^3 * (-2)b^2 + 2b^2 * a^3 + 2b^2 * (-2)b^2 = a^6 - 2a^3b^2 + 2a^3b^2 - 4b^4 = a^6 - 4b^4$
- b. $2a^2 * 2a^2 + 2a^2 * (-9)b^3 + 9b^3 * 2a^2 + 9b^3 * (-9)b^3 = 4a^4 - 18a^2b^3 + 18a^2b^3 - 81b^6 = 4a^4 - 81b^6$
- c. $5a^4 * 5a^4 + 5a^4 * (-3)b^3 + 3b^3 * 5a^4 + 3b^3 * (-3)b^3 = 25a^8 - 15a^4b^3 + 15a^4b^3 - 9b^6 = 25a^8 - 9b^6$
- d. $7a^2 * 7a^2 + 7a^2 * 19b^4 - 19b^4 * 7a^2 - 19b^4 * 19b^4 = 49a^4 + 133a^2b^4 - 133a^2b^4 - 361b^8 = 49a^4 - 361b^8$
- e. $15a^5 * 15a^5 + 15a^5 * 8b^4 - 8b^4 * 15a^5 - 8b^4 * 8b^4 = 225a^{10} + 120a^5b^4 - 120a^5b^4 - 64b^8 = 225a^{10} - 64b^8$

5.33

- a. $2ab * 2ab + 2ab * (-c) + c * 2ab + c * (-c) = 4a^2b^2 - 2abc + 2abc - c^2 = 4a^2b^2 - c^2$
- b. $3a^2b * 3a^2b + 3a^2b * (-2)c + 2c * 3a^2b + 2c * (-2)c$
 $= 9a^4b^2 - 6a^2bc + 6a^2bc - 4c^2 = 9a^4b^2 - 4c^2$
- c. $5ab^2 * 5ab^2 + 5ab^2 * -c^2 + c^2 * 5ab^2 + c^2 * -c^2 = 25a^2b^4 - 5ab^2c^2 + 5ab^2c^2 - c^4$
 $= 25a^2b^4 - c^4$
- d. $9a^2b^2 * 9a^2b^2 + 9a^2b^2 * 4c^2 - 4c^2 * 9a^2b^2 - 4c^2 * 4c^2$
 $= 81a^4b^4 + 36a^2b^2c^2 - 36a^2b^2c^2 - 16c^4 = 81a^4b^4 - 16c^4$
- e. $18a^3b^2 * 18a^3b^2 + 18a^3b^2 * 7c^3 - 7c^3 * 18a^3b^2 - 7c^3 * 7c^3$
 $= 324a^6b^4 + 126a^3b^2c^3 - 126a^3b^2c^3 - 49c^6 = 324a^6b^4 - 49c^6$

5.34

- a. $2a^2 * 2a^2 + 2a^2 * 3bc^2 - 3bc^2 * 2a^2 - 3bc^2 * 3bc^2$
 $= 4a^4 + 6a^2bc^2 - 6a^2bc^2 - 9b^2c^4 = 4a^4 - 9b^2c^4$
- b. $7a^3b * 7a^3b + 7a^3b * 8c^3 - 8c^3 * 7a^3b - 8c^3 * 8c^3$
 $= 49a^6b^2 + 56a^3bc^3 - 56a^3bc^3 - 64c^6 = 49a^6b^2 - 64c^6$
- c. $13a^5b^3 * 13a^5b^3 + 13a^5b^3 * (-14)c^5 + 14c^5 * 13a^5b^3 + 14c^5 * (-14)c^5$
 $= 169a^{10}b^6 - 182a^5b^3c^5 + 182a^5b^3c^5 - 196c^{10} = 169a^{10}b^6 - 196c^{10}$
- d. $5abc * 5abc + 5abc * (-1) + 1 * 5abc * (-1) = 25a^2b^2c^2 - 5abc + 5abc - 1$
 $= 25a^2b^2c^2 - 1$
- e. $9a^2bc^3 * 9a^2bc^3 + 9a^2bc^3 * (-7) + 7 * 9a^2bc^3 + 7 * (-7)$
 $= 81a^4b^2c^6 - 63a^2bc^3 + 63a^2bc^3 - 49 = 81a^4b^2c^6 - 49$

Gemengde opgaven

5.35

- a. $(a + 4)(a + 4) = a * a + a * 4 + 4 * a + 4 * 4 = a^2 + 4a + 4a + 16 = a^2 + 8a + 16$
- b. $(a + 4)(a - 4) = a * a + a * (-4) + 4 * a + 4 * (-4) = a^2 - 4a + 4a - 16 = a^2 - 16$
- c. $(a + 4)(a + 3) = a * a + a * 3 + 4 * a + 4 * 3 = a^2 + 3a + 4a + 12 = a^2 + 7a + 12$
- d. $4(a + 3) = 4 * a + 4 * 3 = 4a + 12$
- e. $(a - 4)(a + 3) = a * a + a * 3 - 4 * a - 4 * 3 = a^2 + 3a - 4a - 12 = a^2 - a - 12$

5.36

- a. $(a - 7)(a + 6) = a^2 + 6a - 7a - 42 = a^2 - a - 42$
- b. $(a + 7)(a + 7) = a^2 + 7a + 7a + 49 = a^2 + 14a + 49$
- c. $(a - 6)(a + 6) = a^2 - 6a + 6a - 36 = a^2 - 36$
- d. $(a - 6)(a - 6) = a * a + a * (-6) - 6 * a - 6 * (-6) = a^2 - 6a - 6a + 36$
 $= a^2 - 12a + 36$
- e. $(2a + 6)(a - 6) = 2a * a + 2a * (-6) + 6 * a + 6 * (-6) = 2a^2 - 12a + 6a - 36$
 $= 2a^2 - 6a - 36$

5.37

- a. $(a + 13)(a + 13) = a^2 + 13a + 13a + 169 = a^2 + 26a + 169$
- b. $(a - 14)(a - 14) = a^2 - 14a - 14a - 14 * (-14) = a^2 - 28a + 196$
- c. $(a + 13)(a - 14) = a * a + a * (-14) + 13 * a + 13 * (-14) = a^2 - 14a + 13a - 182$
 $= a^2 - a - 182$
- d. $(a - 13)(3a + 13) = a * 3a + a * 13 - 13 * 3a - 13 * 13 = 3a^2 + 13a - 39a - 169$
 $= 3a^2 - 26a - 169$
- e. $(13a - 14)(14a + 13) = 182a^2 + 169a - 196a - 182 = 182a^2 - 27a - 182$

5.38

- a. $(2a + 8)(2a + 8) = 2a * 2a + 2a * 8 + 8 * 2a + 8 * 8 = 4a^2 + 16a + 16a + 64$
 $= 4a^2 + 32a + 64$
- b. $(a - 8)(a - 2) = a * a + a * (-2) - 8 * a - 8 * (-2) = a^2 - 2a - 8a + 16$
 $= a^2 - 10a + 16$
- c. $2a(a - 8) + a(a - 2) = 2a * a + 2a * (-8) + a * a + a * (-2)$
 $= 2a^2 - 16a + a^2 - 2a = 3a^2 - 18a$
- d. $(2a - 8)(2a + 8) \rightarrow$ Je weet zeker dat de middelste term(en) weg gaat/
gaan vallen $\rightarrow 2a * 2a - 8 * 8 = 4a^2 - 64$

Volledige uitwerking: $2a * 2a + 2a * 8 - 8 * 2a - 8 * 8 = 4a^2 + 16a - 16a - 64$
 $= 4a^2 - 64$
- e. $(2a + 4)(a + 2) = 2a * a + 2a * 2 + 4 * a + 4 * 2 = 2a^2 + 4a + 4a + 8 = 2a^2 + 8a + 8$

5.39

a. $(a - 17)(a + 4) = a * a + a * 4 - 17 * a - 17 * 4 = a^2 + 4a - 17a - 68$
 $= a^2 - 13a - 68$

b. $(a - 17)(a - 17) = a * a + a * (-17) - 17 * a - 17 * (-17) = a^2 - 17a - 17a + 289$
 $= a^2 - 34a + 289$

c. $(a + 17)(a - 4) = a * a + a * (-4) + 17 * a + 17 * (-4) = a^2 - 4a + 17a - 68$
 $= a^2 + 13a - 68$

d. $(4a - 17)(4a + 17) \rightarrow$ *Middelste termen vallen weer weg* $\rightarrow 4a * 4a - 17 * 17$
 $= 16a^2 - 289 \rightarrow (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Volledige uitwerking: $4a * 4a + 4a * 17 - 17 * 4a - 17 * 17$
 $= 16a^2 - 68a + 68a - 289 = 16a^2 - 289$

e. $(4a + 17)(17a - 4) = 4a * 17a + 4a * (-4) + 17 * 17a + 17 * (-4)$
 $= 68a^2 - 16a + 289a - 68 = 68a^2 + 273a - 68$

5.40

a. $(a + 21)(a + 21) = a * a + a * 21 + 21 * a + 21 * 21 = a^2 + 21a + 21a + 441$
 $= a^2 + 42a + 441$

b. $(a + 21)(a - 12) = a * a + a * (-12) + 21 * a + 21 * (-12) = a^2 - 12a + 21a - 252$
 $= a^2 + 9a - 252$

c. $21a * 21a + 21a * 12 - 12 * 21a - 12 * 12 = 441a^2 + 252a - 252a - 144$
 $= 441a^2 - 144$

d. $(a - 12)(a - 12) = a * a + a * (-12) - 12 * a - 12 * (-12) = a^2 - 12a - 12a + 144$
 $= a^2 - 24a + 144$

e. $12a * a + 12a * 12 - 21 * a - 21 * 12 = 12a^2 + 144a - 21a - 252$
 $= 12a^2 + 123a - 252$

5.41

a.
$$(a^2 - 4)(a^2 + 2a + 1) = a^2 * a^2 + a^2 * 2a + a^2 * 1 - 4 * a^2 - 4 * 2a - 4 * 1$$

$$= a^4 + 2a^3 + a^2 - 4a^2 - 8a - 4 = a^4 + 2a^3 - 3a^2 - 8a - 4$$

Factor 1

Factor 2

Zorg ervoor, bij het uitwerken van meerdere factoren, dat wanneer je twee factoren uitwerkt je deze weer tussen haakjes zet!

b.
$$(a - 2)(a + 2)(a + 1)(a + 1) = (a * a + a * 2 - 2 * a - 2 * 2)(a + 1)(a + 1)$$

$$= (a^2 - 4)(a + 1)(a + 1) = (a^2 * a + a^2 * 1 - 4 * a - 4 * 1)(a + 1)$$

$$= (a^3 + a^2 - 4a - 4)(a + 1)$$

$$= (a^3 * a + a^3 * 1 + a^2 * a + a^2 * 1 - 4a * a - 4a * 1 - 4 * a - 4 * 1)$$

$$= a^4 + a^3 + a^3 + a^2 - 4a^2 - 4a - 4a - 4$$

$$= a^4 + 2a^3 - 3a^2 - 8a - 4$$

c.
$$((a - 1)(a + 1))^2 = ((a - 1)(a + 1))((a - 1)(a + 1))$$

$$= (a * a + a * 1 - 1 * a - 1 * 1)(a * a + a * 1 - 1 * a - 1 * 1)$$

$$= (a^2 + a - a - 1)(a^2 + a - a - 1) = (a^2 - 1)(a^2 - 1)$$

$$= a^2 * a^2 + a^2 * (-1) - 1 * a^2 - 1 * (-1)$$

$$= a^4 - a^2 - a^2 + 1 = a^4 - 2a^2 + 1$$

d.
$$(4a^2 + 24a + 9)(a^2 - 1) = a^2 * 4a^2 + a^2 * 24a + a^2 * 9 - 1 * 4a^2 - 1 * 24a - 1 * 9$$

$$= 4a^4 + 24a^3 + 9a^2 - 4a^2 - 24a - 9 = 4a^4 + 24a^3 + 5a^2 - 24a - 9$$

e. Gebruik $(a - 1)(a + 1) = a^2 - 1$

Het antwoord is dan dus:

$$(a^2 - 1)(2a + 3)(2a + 3)$$

$$= (a^2 * 2a + a^2 * 3 - 1 * 2a - 1 * 3)(2a + 3)$$

$$= (2a^3 + 3a^2 - 2a - 3)(2a + 3)$$

$$= 2a * 2a^3 + 2a * 3a^2 + 2a * (-2)a + 2a * (-3)$$

$$+ 3 * 2a^3 + 3 * 3a^2 + 3 * (-2)a + 3 * (-3)$$

$$= 4a^4 + 6a^3 - 4a^2 - 6a + 6a^3 + 9a^2 - 6a - 9$$

$$= 4a^4 + 12a^3 + 5a^2 - 12a - 9$$

5.42

- a. $(a^2 + 2a + 1)(a^2 - 2a + 1)$
 $= a^2 * a^2 + a^2 * (-2)a + a^2 * 1 + 2a * a^2 + 2a * (-2)a + 2a * 1$
 $+ 1 * a^2 + 1 * (-2)a + 1 * 1$
 $= a^4 - 2a^3 + a^2 + 2a^3 - 4a^2 + 2a + a^2 - 2a + 1$
 $= a^4 - 2a^2 + 1$
- b. $(a + 1)(a + 1)(a - 1)(a - 1) = (a^2 + 2a + 1)(a - 1)(a - 1)$
 $= (a^2 * a + a^2 * (-1) + 2a * a + 2a * (-1) + 1 * a + 1 * (-1))(a - 1)$
 $= (a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + a - 1)(a - 1)$
 $= (a^3 + a^2 - a - 1)(a - 1)$
 $= a^3 * a + a^3 * (-1) + a^2 * a + a^2 * (-1) - a * a - a * (-1) - 1 * a - 1 * (-1)$
 $= a^4 - a^3 + a^3 - a^2 - a^2 + a - a + 1$
 $= a^4 - 2a^2 + 1$

Of

$$\begin{aligned} ((a + 1)(a + 1))((a - 1)(a - 1)) &= (a^2 + a + a + 1)(a^2 - a - a + 1) \\ &= (a^2 + 2a + 1)(a^2 - 2a + 1) \\ &= a^2 * a^2 + a^2 * -2a + a^2 * 1 + 2a * a^2 + 2a * (-2)a + 2a * 1 \\ &\quad + 1 * a^2 + 1 * (-2)a + 1 * 1 \\ &= a^4 - 2a^3 + a^2 + 2a^3 - 4a^2 + 2a + a^2 - 2a + 1 \\ &= a^4 - 2a^2 + 1 \end{aligned}$$

- c. $(a^2 - 1)(a^2 - 1) = a^2 * a^2 + a^2 * (-1) - 1 * a^2 - 1 * (-1) = a^4 - a^2 - a^2 + 1$
 $= a^4 - 2a^2 + 1$
- d. $((2a + 3)(2a + 3))((2a - 3)(2a - 3))$
 $= (2a * 2a + 2a * 3 + 3 * 2a + 3 * 3)(2a * 2a + 2a * (-3) - 3 * 2a - 3 * (-3))$
 $= (4a^2 + 6a + 6a + 9)(4a^2 - 6a - 6a + 9)$
 $= (4a^2 + 12a + 9)(4a^2 - 12a + 9)$
 $= 4a^2 * 4a^2 + 4a^2 * (-12)a + 4a^2 * 9 + 12a * 4a^2 + 12a * (-12)a$
 $+ 12a * 9 + 9 * 4a^2 + 9 * (-12)a + 9 * 9$
 $= 16a^4 - 48a^3 + 36a^2 + 48a^3 - 144a^2 + 108a + 36a^2 - 108a + 81$
 $= 16a^4 - 72a^2 + 81$
- e. $(a + 1)(a + 1)(a + 1)(a + 1) = (a * a + a * 1 + 1 * a + 1 * 1)(a + 1)(a + 1)$
 $= (a^2 + 2a + 1)(a + 1)(a + 1) = (a^2 + 2a + 1)(a^2 + 2a + 1)$
 $= a^2 * a^2 + a^2 * 2a + a^2 * 1 + 2a * a^2 + 2a * 2a + 2a * 1 + 1 * a^2 + 1 * 2a + 1 * 1$
 $= a^4 + 2a^3 + a^2 + 2a^3 + 4a^2 + 2a + a^2 + 2a + 1$
 $= a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1$

5.43

- a. $(a^2 * a + a^2 * (-1) + 1 * a + 1 * (-1))(a + 1) = (a^3 - a^2 + a - 1)(a + 1)$
 $= a^3 * a + a^3 * 1 - a^2 * a - a^2 * 1 + a * a + a * 1 - 1 * a - 1 * 1$
 $= a^4 + a^3 - a^3 - a^2 + a^2 + a - a - 1 = a^4 - 1$
- b. $(2a * 2a + 2a * 3)(2a - 3) = (4a^2 + 6a)(2a - 3)$
 $= 4a^2 * 2a + 4a^2 * (-3) + 6a * 2a + 6a * (-3)$
 $= 8a^3 - 12a^2 + 12a^2 - 18a = 8a^3 - 18a$
- c. $(a * a^2 + a * 4 - 2 * a^2 - 2 * 4)(a + 2) = (a^3 + 4a - 2a^2 - 8)(a + 2)$
 $= a^3 * a + a^3 * 2 + 4a * a + 4a * 2 - 2a^2 * a - 2a^2 * 2 - 8 * a - 8 * 2$
 $= a^4 + 2a^3 + 4a^2 + 8a - 2a^3 - 4a^2 - 8a - 16 = a^4 - 16$
- d. $(6a^2 * 3a^2 + 6a^2 * 2)(3a^2 - 2) = (18a^4 + 12a^2)(3a^2 - 2)$
 $= 18a^4 * 3a^2 + 18a^4 * (-2) + 12a^2 * 3a^2 + 12a^2 * (-2)$
 $= 54a^6 - 36a^4 + 36a^4 - 24a^2 = 54a^6 - 24a^2$
- e. $(2a * a + 2a * (-5))(a^2 + 25)(a + 5) = (2a^2 - 10a)(a^2 + 25)(a + 5)$
 $= (2a^2 * a^2 + 2a^2 * 25 - 10a * a^2 - 10a * 25)(a + 5)$
 $= (2a^4 + 50a^2 - 10a^3 - 250a)(a + 5)$
 $= a * 2a^4 + a * 50a^2 + a * (-10)a^3 + a * (-250)a + 5 * 2a^4 + 5 * 50a^2$
 $+ 5 * (-10)a^3 + 5 * (-250)a$
 $= 2a^5 + 50a^3 - 10a^4 - 250a^2 + 10a^4 + 250a^2 - 50a^3 - 1250a$
 $= 2a^5 - 1250a$

5.44

Gebruik $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ of $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$

- a. $(20 - 3)(20 + 3) = 20 * 20 + 20 * 3 - 3 * 20 - 3 * 3 = 20^2 - 3^2 = 400 - 9 = 391$
- b. $(50 - 5)(50 + 5) = 50^2 - 5^2 = 2500 - 25 = 2475$
- c. $(70 - 1)(70 + 1) = 70^2 - 1^2 = 4900 - 1 = 4899$
- d. $(90 + 3)(90 - 3) = 90^2 - 3^2 = 8100 - 9 = 8091$
- e. $(70 - 4)(70 + 4) = 70^2 - 4^2 = 4900 - 16 = 4884$

5.45

- a. $(a + 1)(a + 1) + (a + 5)(a + 5)$
 $= a * a + a * 1 + 1 * a + 1 * 1 + a * a + a * 5 + 5 * a + 5 * 5$
 $= a^2 + a + a + 1 + a^2 + 5a + 5a + 25$
 $= 2a^2 + 12a + 26$
- b. $(a * a + a * (-5) + 5 * a + 5 * (-5)) + (a * a + a * (-1) - 1 * a - 1 * (-1))$
 $= a^2 - 5a + 5a - 25 + a^2 - a - a + 1$
 $= a^2 - 25 + a^2 - 2a + 1 = 2a^2 - 2a - 24$
- c. $(a * a + a * 5 + 1 * a + 1 * 5) - (a * a + a * (-5) - 1 * a - 1 * (-5))$
 $= (a^2 + 6a + 5) - (a^2 - 6a + 5)$
 $= a^2 + 6a + 5 - a^2 + 6a - 5 = 12a$
- d. $(5a * a + 5a * (-1) + 1 * a + 1 * (-1)) + (a * a + a * 1 - 5 * a - 5 * 1)$
 $= (5a^2 - 5a + a - 1) + (a^2 + a - 5a - 5)$
 $= 5a^2 - 5a + a - 1 + a^2 + a - 5a - 5 = 6a^2 - 8a - 6$
- e. Gebruik: $(5a - 1)(5a + 1) = 25a^2 - 1$

Het antwoord is dan dus:

$$(25a^2 - 1) - (5a * 5a + 5a * (-1) - 1 * 5a - 1 * (-1))$$

$$= (25a^2 - 1) - (25a^2 - 5a - 5a + 1)$$

$$= 25a^2 - 1 - 25a^2 + 5a + 5a - 1 = 10a - 2$$

5.46

- a. $(3a - 7)(3a + 7) - (3a - 7)(3a - 7)$
 $= (3a * 3a + 3a * 7 - 7 * 3a - 7 * 7) - (3a * 3a + 3a * (-7) - 7 * 3a - 7 * (-7))$
 $= (9a^2 - 49) - (9a^2 - 42a + 49)$
 $= 9a^2 - 49 - 9a^2 + 42a - 49 = 42a - 98$
- b. $3a * 3a + 3a * 7 - 7a * 3a - 7a * 7 = 9a^2 + 21a - 21a^2 - 49a = -12a^2 - 28a$
- c. $(9a + 2)(9a + 2) - (a^2 - 2)(a^2 + 2)$
 $= (81a^2 + 18a + 18a + 4) - (a^4 + 2a^2 - 2a^2 - 4)$
 $= 81a^2 + 36a + 4 - a^4 + 4 = -a^4 + 81a^2 + 36a + 8$
- d. $(a^2 * a^2 + a^2 * 3 + 2 * a^2 + 2 * 3) - (a^2 * a^2 + a^2 * (-2) - 2 * a^2 - 2 * (-2))$
 $= (a^4 + 5a^2 + 6) - (a^4 - 4a^2 + 4)$
 $= a^4 - a^4 + 5a^2 + 4a^2 + 6 - 4 = 9a^2 + 2$
- e. $(a^2 * a^2 + a^2 * 1 - 1 * a^2 - 1 * 1) + (a^2 * a^2 + a^2 * 1 + 1 * a^2 + 1 * 1)$
 $= (a^4 + a^2 - a^2 - 1) + (a^4 + 2a^2 + 1) = a^4 + a^4 + a^2 - a^2 + 2a^2 - 1 + 1 = 2a^4 + 2a^2$

5.47

- a. Gebruik $(a - 1)(a + 1) = a^2 - 1$ en $(a + 2)(a - 2) = a^2 - 4$
 Het antwoord is dan dus:

$$\begin{aligned}(a^2 - 1)(a^2 - 4) &= a^2 * a^2 - 4 * a^2 - 1 * a^2 - 1 * (-4) \\ &= a^{2+2} - 4a^2 - 1a^2 + 4 = a^4 - 5a^2 + 4\end{aligned}$$

- b. *We wisselen 2 factoren om, zodat we een gemakkelijkere vorm krijgen:*

$$\begin{aligned}(a + 5)(a - 4)(a - 5)(a + 4) \\ &= (a + 5)(a - 5)(a - 4)(a + 4) \\ &= (a^2 - 25)(a^2 - 16) = a^2 * a^2 + a^2 * (-16) - 25 * a^2 - 25 * (-16) \\ &= a^4 - 16a^2 - 25a^2 + 400 = a^4 - 41a^2 + 400\end{aligned}$$

- c. Pas toe $(A + B)(A - B) = (A^2 - B^2)$ op zowel de eerste 2 termen als de laatste 2 termen
 Dan krijg je

$$\begin{aligned}(a^2 + 1)(a^2 - 1)(a^2 + 2)(a^2 - 2) \\ &= ((a^2)^2 - 1)((a^2)^2 - 4) \\ &= (a^4 - 1)(a^4 - 4) = a^4 * a^4 + a^4 * (-4) - 1 * a^4 - 1 * (-4) \\ &= a^8 - 4a^4 - 1a^4 + 4 = a^8 - 5a^4 + 4\end{aligned}$$

- d. $(a + 2)(a + 1)^2 = (a + 2)(a + 1)(a + 1)$
 $= (a * a + a * 1 + 2 * a + 2 * 1)(a + 1)$
 $= (a^2 + 3a + 2)(a + 1)$
 $= a^2 * a + a^2 * 1 + 3a * a + 3a * 1 + 2 * a + 2 * 1$
 $= a^3 + a^2 + 3a^2 + 3a + 2a + 2 = a^3 + 4a^2 + 5a + 2$

- e. $(a + 1)^3 = (a + 2)(a + 2)(a + 2)$
 $= (a * a + a * 2 + 2 * a + 2 * 2)(a + 2)$
 $= (a^2 + 4a + 4)(a + 2)$
 $= a^2 * a + a^2 * 2 + 4a * a + 4a * 2 + 4 * a + 4 * 2$
 $= a^3 + 2a^2 + 4a^2 + 8a + 4a + 8 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$

$$\begin{aligned}
\text{a. } & 2a(a+1)(a+1) - 3a(a+3)(a+3) \\
&= (2a * a + 2a * 1)(a+1) - (3a * a + 3a * 3)(a+3) \\
&= (2a^2 + 2a)(a+1) - (3a^2 + 9a)(a+3) \\
&= (2a^2 * a + 2a^2 * 1 + 2a * a + 2a * 1) \\
&\quad - (3a^2 * a + 3a^2 * 3 + 9a * a + 9a * 3) \\
&= (2a^3 + 2a^2 + 2a^2 + 2a) - (3a^3 + 9a^2 + 9a^2 + 27a) \\
&= 2a^3 + 2a^2 + 2a^2 + 2a - 3a^3 - 9a^2 - 9a^2 - 27a = -a^3 - 14a^2 - 25a
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b. } & ((-1)a * a - a * 2)(a-2) + (a * a + a * 2)(a+2) \\
&= (-a^2 - 2a)(a-2) + (a^2 + 2a)(a+2) \\
&= (-a^2 * a - a^2 * (-2) - 2a * a - 2a * (-2)) \\
&\quad + (a^2 * a + a^2 * 2 + 2a * a + 2a * 2) \\
&= (-a^3 + 2a^2 + 4a) + (a^3 + 2a^2 + 2a^2 + 4a) \\
&= -a^3 + 2a^2 - 2a^2 + a^3 + 2a^2 + 2a^2 + 4a = 4a^2 + 8a
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c. } & (2a * a + 2a * 2)(a+3) - (3a * a - 3a * 2)(a-3) \\
&= (2a^2 + 4a)(a+3) - (3a^2 - 6a)(a-3) \\
&= (a * 2a^2 + a * 4a + 3 * 2a^2 + 3 * 4a) \\
&\quad - (a * 3a^2 + a * (-6)a - 3 * 3a^2 - 3 * (-6)a) \\
&= (2a^3 + 4a^2 + 6a^2 + 12a) - (3a^3 - 6a^2 - 9a^2 + 18a) \\
&= 2a^3 + 4a^2 + 6a^2 + 12a - 3a^3 + 6a^2 + 9a^2 - 18a = -a^3 + 25a^2 - 6a
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{d. } & (5a * a - 5a * 5)(a-5) + (25 * a + 25 * 5)(a-5) \\
&= (5a^2 - 25a)(a-5) + (25a + 125)(a-5) \\
&= (5a^2 * a + 5a^2 * (-5) - 25a * a - 25a * (-5)) \\
&\quad + (25a * a + 25a * (-5) + 125 * a + 125 * (-5)) \\
&= (5a^3 - 25a^2 - 25a^2 + 125a) + (25a^2 - 125a + 125a - 625) \\
&= 5a^3 - 25a^2 - 25a^2 + 125a + 25a^2 - 125a + 125a - 625 \\
&= 5a^3 - 25a^2 + 125a - 625
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{e. } & (a^2 * a + a^2 * 3)(a-1) - (a^2 * a^2 + a^2 * (-3) + 1 * a^2 + 1 * (-3)) \\
&= (a^3 + 3a^2)(a-1) - (a^4 - 3a^2 + a^2 - 3) \\
&= (a^3 * a + a^3 * (-1) + 3a^2 * a + 3a^2 * (-1)) - (a^4 - 2a^2 - 3) \\
&= (a^4 - a^3 + 3a^3 - 3a^2) - (a^4 - 2a^2 - 3) \\
&= a^4 - a^3 + 3a^3 - a^4 + 2a^2 + 3 = 2a^3 - a^2 + 3
\end{aligned}$$