N.B.
Als extraatje staat bij onderstaande uitwerkingen ook de controle van het gevonden antwoord.

Deze controle hoeft er niet per se bij natuurlijk, maar als je zeker wilt weten dat je geen fout gemaakt hebt bij het oplossen van het stelsel vergelijkingen, is het handig het gevonden antwoord even
in de vergelijkingen te controleren.

Je moet je antwoord dan natuurlijk wel in alle vergelijkingen van het stelsel controleren.

Hierbij kunnen we natuurlijk wel opmerken dat als je een vergelijking gebruikt hebt om de laatste variabele die je nog moest vinden, uit te rekenen, dat je dan je antwoord natuurlijk niet weer
in die vergelijking hoeft te controleren, omdat je namelijk al zeker weet dat je antwoord
in die vergelijking “past”.

Uitwerkingen hoofdstuk 11

**11.1**

11.1 a 2x + 3y = 4 (vgl.1) 3\*vgl.1 – 2\*vgl.2 6x + 9y = 12

 3x – 2y = 6 (vgl.2) 6x – 4y = 12 -

 13 y = 0 dus y=0

 y=0 in vgl.1: 2x +3\*0 = 4 dus 2x = 4 en x=2

 Oplossing: x=2, y=0

Eventueel controleren: x=2, y=0 in vgl. 2 geeft 3x – 2y = 3\*2 – 2\*0 = 6 – 0 = 6 OK!

11.1 b 3x + 5y = 8 (vgl.1) vgl.1 + 3\*vgl.2 3x + 5y = 8

 - x + 6y = 5 (vgl.2) -3x + 18y = 15 +

 23 y = 23 dus y=1

 y=1 in vgl.1: 3x +5\*1 = 8 dus 3x = 8 – 5 = 3 en x=1

 Oplossing: x=1, y=1

Eventueel controleren x=1, y=1 in vgl. 2 geeft - x + 6y = -1 + 6\*1 = -1 + 6 = 5 OK!

11.1 c 5x + 2y = 3 (vgl.1) 2\*vgl.1 + vgl.2 10x + 4y = 6

 2x – 4y = 6 (vgl.2) 2x – 4y = 6 +

 12x = 12 dus x=1

 x = 1 in vgl.1: 5\*1 + 2y = 3 dus 2y = 3 – 5 = -2 geeft $y=-1$

 Oplossing: $x=1 $, $y=-1$

Eventueel controleren: $x=1 $, $y=-1$ in vgl. 2 geeft 2x – 4y = 2\*(1) – 4\*(-1) = 2 + 4 = 6 Klopt!

11.1 d 2x + 5y = 9 (vgl.1) 3\*vgl.1 + 2\*vgl.2 6x + 15y = 27

 -3x + 4y = -2 (vgl.2) -6x+ 8y = -4 +

 23y = 23 dus y=1

 y=1 in vgl.1: 2x +5\*1 = 9 dus 2x = 9 – 5 = 4 geeft x=2

 Oplossing: x=2, y=1

Eventueel controleren x=2, y=1 in vgl. 2 geeft -3x + 4y = -3\*2 + 4\*1 = -6 + 4 = -2 OK!

11.1 e 2x – 4y = 3 (vgl.1) 2\*vgl.1 - vgl.2 4x – 8y = 6

 4x – 2y = 3 (vgl.2) 4x – 2y = 3 -

 -6y = 3 dus $y=-\frac{1}{2}$

 $y=-\frac{1}{2}$ in vgl.1: 2x – 4\*-$ \frac{1}{2}$ = 3 dus 2x + 2 = 3 geeft 2x = 1 en $x=\frac{1}{2}$

 Oplossing: $x=\frac{1}{2} $, $y=-\frac{1}{2}$

Eventueel controleren: $x=\frac{1}{2} $, $y=-\frac{1}{2}$ in vgl. 2 geeft 4x – 2y = 4\*$\frac{1}{2}$ – 2\*$\left(-\frac{1}{2}\right)$ = 2 + 1 = 3 Klopt!

**11.2**

11.2 a 2x + 5y = 1 (vgl.1) 5\*vgl.1 – 2\*vgl.2 10x + 25y = 5

 5x – 4y = 0 (vgl.2) 10x – 8y = 0 -

 33y = 5 dus $y=\frac{5}{33}$

 $y=\frac{5}{33}$ in vgl.1: 2x + 5\*$ \frac{5}{33}$ = 1 dus 2x + $\frac{25}{33}$ = 1 geeft 2x = $\frac{33-25}{33}=\frac{8}{33}$ en $x=\frac{4}{33}$

 Oplossing: $x=\frac{4}{33} $, $y=\frac{5}{33}$

Eventueel controleren: $x=\frac{4}{33} $, $y=\frac{5}{33}$ in vgl.2 geeft 5x – 4y = 5\*$\frac{4}{33}$ – 4\*$\frac{5}{33}$ = $\frac{20-20}{33}$ = 0 OK!

11.2 b 7x - 5y = 1 (vgl.1) 4\*vgl.1 – 7\*vgl.2 28x - 20y = 4

 4x – 7y = 13 (vgl.2) 28x – 49y = 91 -

 29y = -87 dus $y=-\frac{87}{29}=-3$

 $y=-3$ in vgl.1: 7x - 5\*(-3) = 1 dus 7x + 15 = 1 geeft 7x = 1 - 15 = -14 en $x=-\frac{14}{7}=-2$

 Oplossing: $x=-2 $, $y=-3$

Eventueel controleren: $x=-2 $, $y=-3$ in vgl.2 geeft 4x – 7y = 4\*(-2) –7\*(-3) = -8 + 21 = 13OK!

11.2 c x – 3y = 7 (vgl.1) 5\*vgl.1 + vgl.2 5x – 15y = 35

 -5x + 2y = 4 (vgl.2) -5x + 2y = 4 +

 -13y = 39 dus y$=-\frac{39}{13}=-3$

 y$=-3$ in vgl.1: x – 3\*(-3) = 7 dus x + 9 = 7 geeft x = 7 – 9 = -2 dus $x=-2$

 Oplossing: x=-2, y=-3

Eventueel controleren x=-2, y=-3 in vgl. 2 geeft -5x + 2y = -5\*(-2) + 2\*(-3) = 10 – 6 = 4 Klopt!

11.2 d 2x – 2y = 6 (vgl.1) 3\*vgl.1 – 2\*vgl.2 6x – 6y = 18

 3x + 4y = -5 (vgl.2) 6x + 8y = -10 -

 -14y = 28 dus $y=-\frac{28}{14}=-2$

 $y=-2$ in vgl.1: 2x – 2\*$ \left(-2\right)$ = 6 dus 2x + 4 = 6 geeft 2x = 6 – 4 = 2 en $x=1$

 Oplossing: $x=1 $, $y=-2$

Eventueel controleren: $x=1 $, $y=-2$ in vgl.2 geeft 3x + 4y = 3\*$1$ + 4\*$\left(-2\right)$ = 3 – 8 = -5 OK!

11.2 e 7x + 5y = 1 (vgl.1) 4\*vgl.1 + 5\*vgl.2 28x + 20y = 4

 3x – 4y = 25 (vgl.2) 15x – 20y = 125 +

 43x = 129 dus $x=\frac{129}{43}=3$

 $x=3$ in vgl.1: 7\*3 + 5y = 1 dus 21 + 5y = 1 geeft 5y = -20 en $y=\frac{-20}{5}=-4$

 Oplossing: x=3, y=-4

Eventueel controleren x=3, y=-4 in vgl. 2 geeft 3x – 4y = 3\*3 – 4\*(-4) = 9 + 16 = 25 Klopt!

**11.3**

11.3 a 2x + 3y = 2 (vgl.1) 3\*vgl.1 – 2\*vgl.2 6x + 9y = 6

 3x + 4y = 2 (vgl.2) 6x + 8y = 4 -

 y = 2

 y=2 in vgl.1: 2x + 3\*2 = 2 dus 2x + 6 = 2 geeft 2x = 2 – 6 = -4 en x=-2

 Oplossing: x=-2, y=2

Eventueel controleren: x=-2, y=2 in vgl. 2 geeft 3x + 4y = 3\*(-2) + 4\*2 = -6 + 8 = 2 OK!

11.3 b 2x – 3y = 1 (vgl.1) 3\*vgl.1 – 2\*vgl.2 6x – 9y = 3

 3x – 4y = 0 (vgl.2) 6x – 8y = 0 -

 -y = 3 en y = -3

 y=-3 in vgl.1: 2x – 3\*(-3) =1 dus 2x + 9 = 1 geeft 2x = 1 – 9 = -8 en x=-4

 Oplossing: x=-4, y=-3

Eventueel controlereen: x=-4, y=-3 in vgl. 2 geeft 3x – 4y = 3\*(-4) –4\*(-3) = -12 + 12 = 0 OK!

11.3 c 2x + 3y = 4 (vgl.1) 3\*vgl.1 - 2\*vgl.2 6x + 9y = 12

 3x + 5y = 1 (vgl.2) 6x + 10y = 2 –

 -y = 10 dus y = -10

y = -10 in vgl.1: 2x + 3\*(-10) = 4 dus 2x - 30 = 4 geeft 2x = 4 + 30 = 34 en x = 17

 Oplossing: x= 17, y= -10

Eventueel controleren: x=17, y=-10 in vgl. 2 geeft 3x + 5y = 3\*(17) + 5\*(-10) = 51 - 50 = 1 Klopt!

11.3 d 2x - 7y = 5 (vgl.1) vgl.1 – 2\*vgl.2 2x - 7y = 5

 x - 4y = -1 (vgl.2) 2x - 8y = -2 -

 y = 7

 y=7 in vgl.2: x - 4\*7 = -1 dus x - 28 = -1 geeft x = -1 + 28 = 27

 Oplossing: x=27, y=7

Eventueel controleren: x=27, y=7 in vgl. 1 geeft 2x - 7y = 2\*(27) - 7\*7 = 54 - 49 = 5 OK!

11.3 e 4x - 7y = 8 (vgl.1) 3\*vgl.1 - 4\*vgl.2 12x - 21y = 24

 3x – 5y = 4 (vgl.2) 12x – 20y = 16 –

 -y = 8 dus y = -8

y = -8 in vgl.1: 4x – 7\*(-8) = 8 dus 4x + 56 = 8 geeft 4x = 8 – 56 = -48 en x = -12

 Oplossing: x= -12, y= -8

Eventueel controleren: x=-12, y=-8 in vgl. 2 geeft 3x – 5y = 3\*(-12) – 5\*(-8) = -36 + 40 = 4 Klopt!

**11.4**

11.4 a x - 5y = 4 (vgl.1) 3\*vgl.1 – vgl.2 3x - 15y = 12

 3x + 4y = 1 (vgl.2) 3x + 4y = 1 -

 - 19y = 11 dus $y=-\frac{11}{19}$

 $y=-\frac{11}{19}$ in vgl.1: x - 5\*$\left(- \frac{11}{19}\right)$ = 4 dus x + $\frac{55}{19}$ = 4 geeft x = $\frac{76-55}{19}=\frac{21}{19}$

 Oplossing: $x=\frac{21}{19} $, $y=-\frac{11}{19}$

Eventueel controleren: $x=\frac{21}{19} $, $y=-\frac{11}{19}$ in vgl.2 geeft 3x + 4y = 3\*$\frac{21}{19}$ + 4\*$-\frac{11}{19}$ = $\frac{63-44}{19}$ = $\frac{19}{19}$ = 1 OK!

11.4 b 3x - 7y = 2 (vgl.1) vgl.1 – vgl.2 3x - 7y = 2

 3x - 4y = -2 (vgl.2) 3x - 4y = -2 -

 -3y = 4 dus $y=-\frac{4}{3}$

 $y=-\frac{4}{3}$ in vgl.1: 3x - 7\*$\left(- \frac{4}{3}\right)$ = 2 dus 3x + $\frac{28}{3}$ = 2 geeft 3x = $\frac{6-28}{3}=-\frac{22}{3}$ en x = $-\frac{22}{9}$

 Oplossing: $x=-\frac{22}{9} $, $y=-\frac{4}{3}$

Eventueel controleren: $x=-\frac{22}{9} $, $y=-\frac{4}{3}$ in vgl.2 geeft 3x - 4y = 3\*$\left(-\frac{22}{9}\right)$ - 4$\left(-\frac{4}{3}\right)$ = $\frac{-22+16}{3}$ = $-\frac{6}{3}$ =-2

11.4 c 2x + 9y = 5 (vgl.1) vgl.1 + 2\*vgl.2 2x + 9y = 5

 -x – 4y = 2 (vgl.2) -2x – 8y = 4 +

 y = 9

y = 9 in vgl.2: -x – 4\*9 = 2 dus -x – 36 = 2 geeft - x = 2 + 36 = 38 en x =-38

 Oplossing: x=-38, y= 9

Eventueel controleren x=-38, y=9 in vgl. 1 geeft 2x + 9y = 2\*(-38)+ 9\*9 = -76 + 81 = 5 Klopt!

11.4 d 6x + 5y = 1 (vgl.1) 6\*vgl.1 –5\* vgl.2 36x + 30y = 6

 7x + 6y = 2 (vgl.2) 35x + 30y = 10 -

 x = -4

 x$=-4$ in vgl.1: 6\*(-4) + 5y = 1 dus -24 + 5y = 1 geeft 5y = 1 + 24 = 25 en $y=\frac{25}{5}=5$

 Oplossing: $x=-4 $, $y=5$

Eventueel controleren: $x=-4 $, $y=5$ in vgl.2 geeft 7x + 6y = 7\*(-4) + 6\*5 = -28 + 30 = 2 OK!

11.4 e 5x - 3y = 7 (vgl.1) 5\*vgl.1 - 3\*vgl.2 25x - 15y = 35

 8x – 5y = 2 (vgl.2) 24x – 15y = 6 –

 x = 29

x = 29 in vgl.1: 5\*29 – 3y = 7 dus 145 – 3y = 7 geeft - 3y = 7 – 145 = -138 en y = 46

 Oplossing: x=29, y= 46

Eventueel controleren x=29, y=46 in vgl. 2 geeft 8x – 5y = 8\*29 – 5\*46 = 232 - 230 = 2 Klopt!

**11.5**

**a.** (vgl.1) x + 3y + z = 1 \*2 → 2x + 6y + 2z = 2

 (vgl.2) 2x – y – 3z= -8 → 2x – y – 3z = -8

 (vgl.3) -3x + 2y + 2z = 7 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_- 7y + 5z = 10 (vgl.4)

3\* (vgl.1): 3x + 9y + 3z = 3

 (vgl.3): -3x + 2y + 2z = 7 +

 11y + 5z = 10 (vgl.5)

 (vgl.4): 7y + 5z = 10

 (vgl.5): 11y + 5z = 10 -

 -4y = 0 → y = 0

 Substitueer y in vgl.4 → 7\*0 + 5z = 10 → z = $\frac{10}{5} $= 2

 Substitueer y en z in vgl.1 → x + 3\*0 + 2 = 1 → x = 1 – 2 = -1

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = -1 en y = 0 en z = 2 in vgl.2: 2\*(-1) – 0 – 3\*2 = -2 – 6 = -8 klopt!
x = -1 en y = 0 en z = 2 in vgl.3: -3\*(-1) +2\*0 + 2\*2 = 3 + 4 = 7 klopt!

**b.** (vgl.1) x – 4y + z = -2 → \*2: 2x – 8y + 2z = -4

 (vgl.2) -2x + 3y – 2z = -1 → -2x + 3y – 2z = -1 +

 (vgl.3) -4x + y + z = -2 -5y = -5 → y = 1 (vgl.4)

4\* (vgl.1): 4x – 16y + 4z = -8

 (vgl.3): -4x + y + z = -2 +

 -15y + 5z = -10 (vgl.5)

 Substitueer y in vgl.5: -15\*1 + 5z = -10 → 5z =-10 + 15 = 5 → z = $\frac{5}{5}$ = 1

 Substitueer y en z in vgl.1: x – 4\*1 + 1 = -2 → x = -2 – 1 + 4 = 1

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = 1 en y = 1 en z = 1 in vgl.2: -2\*1 + 3\*1 – 2\*1 = -1 klopt!
x = 1 en y = 1 en z = 1 in vgl.3: -4\*1 + 1 + 1 = -2 klopt!

**c.** In vgl.3 ontbreekt de z! Gebruik nu vgl.1 en vgl.2 om hieruit ook de z te elimineren.

 (vgl.1) -2x + 2y +3z = -3 \*4 → -8x + 8y +12 z = -12

 (vgl.2) x – 2y + 4z = 8 \*3 → 3x – 6y + 12z = 24

 (vgl.3) -3x + y = -7 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_- -11x + 14y = -36 (vgl.4)

 (vgl.4): -11x + 14y = -36

14\* (vgl.3): -42x + 14y = -98 -

 31x = 62 (vgl.5) → x = 2

 Substitueer x in vgl.3 → -3\*2 + y = -7 → y = -7 + 6 = -1

 Substitueer x en y in vgl.1 → -2\*2 + 2\*(-1) +3 z = -3→ z = $\frac{-3+4+2}{3}=\frac{3}{3}$ = 1

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = 2 en y = -1 en z = 1 in vgl.2: 2 – 2\*(-1) + 4\*1 = 8 klopt!
x = 2 en y = -1 in vgl.3: -3\*2 + (-1) = -7 klopt!

**d.** (vgl.1) 4x – 3y + z = 2 → 4x – 3y + z = 2

 (vgl.2) -2x – y – 2z = 2 \*2 → -4x – 2y – 4z = 4

 (vgl.3) - x + 2y + 4z = -9 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_+ -5y – 3z = 6 (vgl.4)

 (vgl.2): -2x – y – 2z = 2

2\* (vgl.3): -2x + 4y + 8z = -18 -

 -5y – 10z = 20 (vgl.5)

 (vgl.4): -5y – 3z = 6

 (vgl.5): -5y – 10z = 20 -

 7z = -14 → z = -2

 Substitueer z in vgl.4 → -5y – 3\*(-2) = 6 → y = $\frac{6-6}{-5}$ = 0

 Substitueer y en z in vgl.1 → 4x – 3\*0 + (-2) = 2 → x = $\frac{2+2}{4}$ = 1

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = 1 en y = 0 en z = -2 in vgl.2: -2\*1 – 0 – 2\*(-2)= 2 klopt!
x = 1 en y = 0 en z = -2 in vgl.3: -1\*1 + 2\*0 + 4\*(-2)= -9 klopt!

**e.** In vgl.3 ontbreekt de y! Gebruik nu vgl.1 en vgl.2 om hieruit ook de y te elimineren.

 (vgl.1) x – 3y + z = -9 → x – 3y + z = -9

 (vgl.2) x – y – 2z = -6 \*3 → 3x – 3y – 6z = -18

 (vgl.3) -4x + 3z = 7 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_- -2x + 7z = 9 (vgl.4)

 2\* (vgl.4): -4x + 14z = 18

 (vgl.3): -4x + 3z = 7 -

 11z = 11 (vgl.5) → z = 1

 Substitueer z in vgl.3 → -4x + 3\*1 = 7 → x = $\frac{7-3}{-4}$ = -1

 Substitueer x en z in vgl.1 → -1 – 3y + 1 = -9 → y = $\frac{-9}{-3}$ = 3

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = -1 en y = 3 en z = 1 in vgl.2: -1 – 3 – 2\*1= -6 klopt!
x = -1 en z = 1 in vgl.3: -4\*(-1) + 3\*1= 7 klopt!

**11.6**

**a.** (vgl.1) x – 5y + z = -2 → x – 5y + z = -2

 (vgl.2) x – 3y – 2z = 1 → x – 3y – 2z = 1

 (vgl.3) -3x + 5y +7z = -4 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_- -2y + 3z = -3 (vgl.4)

 3\* (vgl.2): 3x – 9y – 6z = 3

 (vgl.3): -3x + 5y +7z = -4 +

 -4y + z = -1 (vgl.5)

2\* (vgl.4): -4y + 6z = -6

 (vgl.5): -4y + z = -1 -

 5z = -5 → z = -1

 Substitueer z in vgl.4 → -2y + 3\*(-1) = -3 → y =$ \frac{-3+3}{-2}$ = 0

 Substitueer y en z in vgl.1 → x – 5\*0 + (-1) = -2 → x = -2 + 1 = -1

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = -1 en y = 0 en z = -1 in vgl.2: -1 – 3\*0 – 2\*(-1) = 1 klopt!
x = -1 en y = 0 en z = -1 in vgl.3: -3\*(-1) + 5\*0 + 7\*(-1) = -4 klopt!

**b.** (vgl.1) -2x – y + 2z = 5 → -2x – y + 2z = 5

 (vgl.2) x + y – z = -3 2\*→ 2x + 2y – 2z = -6

 (vgl.3) -3x + 2y -6z = -5 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_+ y = -1 (vgl.4)

y = -1 in vgl.2 en vgl.3

 (vgl.2): x – 1 – z =- 3 → x - z = -2 3\*→ 3x – 3z = -6

 (vgl.3): -3x - 2 -6z = -5 → -3x – 6z = -3 → -3x – 6z = -3 +

 -9z = -9 → z = 1

 Substitueer y en z in vgl.1: -2x – (-1) + 2\*1 = 5 → x = $\frac{5-1-2}{-2}$ = -1

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = -1 en y = -1 en z = 1 in vgl.2: -1 + (-1) – 1 = -3 klopt!
x = -1 en y = -1 en z = 1 in vgl.3: -3\*(-1) + 2\*(-1) - 6\*1 = -5 klopt!

**c.** In vgl.2 ontbreekt de x! Gebruik nu vgl.1 en vgl.3 om hieruit ook de x te elimineren.

 (vgl.1) x – 6y + z = -8 3\*→ 3x – 18y + 3z = -24

 (vgl.2) – y – 2z = -1

 (vgl.3) -3x + 2y +4z = 8 → -3x + 2y + 4z = 8 + -16y + 7z = -16 (vgl.4)

16\* (vgl.2): –16y – 32z = -16

 (vgl.4): -16y + 7z = -16 -

 -39z = 0 → z=0

 Substitueer z in vgl.2 → - y - 2\*0 = -1 → y = 1

 Substitueer y en z in vgl.1 → x – 6\*1 + 0 = -8 → x = -8 + 6 = -2

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = -2 en y = 1 en z = 0 in vgl.3: -3\*(-2) +2\*1 + 4\*0 = 8 klopt!
y = 1 en z = -2 in vgl.2: -1 – 2\*0 =- 1 klopt!

**d.** (vgl.1) x – 2y + z = -5 2\*→ 2x – 4y + 2z = -10

 (vgl.2) -3x – y – 3z = 1

 (vgl.3) -2x - 3y +2z = -8 → -2x - 3y +2z = -8 \_+ -7y + 4z = -18 (vgl.4)

 3\* (vgl.1): 3x – 6y + 3z = -15

 (vgl.2): -3x - y - 3z = 1 +

 -7y = -14 → y=2

 Substitueer y in vgl.4 → -7\*2 + 4z = -18 → z = $\frac{-18+14}{4}$ = -1

 Substitueer y en z in vgl.1 → x – 2\*2 + (-1) = -5 → x = -5 +5 = 0

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
x = 0 en y = 2 en z = -1 in vgl.2: -3\*0 – 2 - 3\*(-1) = 1 klopt!
x = 0 en y = 2 en z = -1 in vgl.3: -2\*0 - 3\*2 + 2\*(-1) = -8 klopt!

 **e.** In vgl.2 ontbreekt de x, in vergelijking 3 ontbreekt de z!

 Gebruik nu vgl.1 en vgl.3 om hieruit ook de x te elimineren

 [Of gebruik vgl.1 en vgl.2 om hieruit de z te elimineren.]

 (vgl.1) x – 8y +3z = -9

 (vgl.2) -2y – 3z = 1

 (vgl.3) -4x + 5y = -3

 4\* (vgl.1): 4x – 32y +12z = -36

 (vgl.3): -4x + 5y = -3 +

 -27y + 12z = -39 (vgl.4)

2\* (vgl.4): -54y + 24z = -78

27\* (vgl.2): -54y – 81z = 27 -

 105z = -105 (vgl.5) → z = -1

 Substitueer z in vgl.2 → -2y – 3\*(-1) = 1 → y = $\frac{1-3}{-2}$ = 1

 Substitueer y en z in vgl.1 → x – 8\*1 +3\*(-1) = -9 → x = -9 + 3 + 8 = 2

Eventueel controleren in de andere 2 vergelijkingen:
y = 1 en z = -1 in vgl.2: -2\*1 – 3\*(-1) = 1 klopt!
x = 2 en y = 1 in vgl.3: -4\*2 + 5\*1 = -3 klopt!

**11.7**

**a.** (vgl.1) x – 2y + z = 0

 (vgl.2) x – y – 3z = 4

 (vgl.3) -4x + 6y + 4z = -8

 (vgl.1): x – 2y +z = 0

 (vgl.2): x – y – 3z = 4 -

 -y + 4z = -4 (vgl.4)

4\* (vgl.1): 4x – 8y + 4z = 0

 (vgl.3): -4x + 6y + 4z = -8 +

 -2y + 8z = -8 (vgl.5)

2\* (vgl.4): -2y + 8z = -8

 (vgl.5): -2y + 8z = -8 -

 0y + 0z = 0

Hier vallen zowel y als z weg. Welke getallen je ook voor y en z zult nemen, de uitkomst klopt altijd!

y en z zijn onderling wel afhankelijk -y + 4z = -4 blijft wel gelden, als je een z kiest ligt y vast, en daarmee ligt dan ook de x vast. Bijvoorbeeld het kiezen van z=1 levert –y + 4 = -4, dus y = 8. En daarmee dan ook weer x - 2\*8 + 1 = 0, dus x=15 (vgl. 1).
Maar door de keuze van z heb je wel oneindig veel mogelijkheden.

Dus oneindig veel oplossingen is het antwoord op deze vraag.

**b.** (vgl.1) x – 2y + z = 1

 (vgl.2) x – y – 3z = 4

 (vgl.3) -4x + 6y + 4z = -9

 [Deze opgave lijkt veel op opgave 1, alleen de rechterleden van vgl.1 en vgl.3 verschillen.]

 (vgl.1): x – 2y +z = 1

 (vgl.2): x – y – 3z = 4 -

 -y + 4z = -3 (vgl.4)

4\* (vgl.1): 4x – 8y + 4z = 4

 (vgl.3): -4x + 6y + 4z = -9 +

 -2y + 8z = -5 (vgl.5)

2\* (vgl.4): -2y + 8z = -6

 (vgl.5): -2y + 8z = -5 -

 0y + 0z = -1 (vgl.6)

Geen oplossing!

In vgl.6 kun je nooit waarden voor y en z invullen zodat de vergelijking klopt.

De twee vergelijkingen vgl.4 en vgl.5 hierboven zijn identiek (aan de linker zijde) maar hebben een verschillende rechterzijde: dus geen oplossing mogelijk.
Dit noemen we een strijdig stelsel vergelijkingen.

**c.** (vgl.1) x – 3y +z = -1

 (vgl.2) -2x + y = 5

 (vgl.3) 5y – 2z = -3

 2\* (vgl.1): 2x – 6y + 2z = -2

 (vgl.2): -2x + y = 5 +

 -5y + 2z = 3 (vgl.4)

 (vgl.4): -5y + 2z = 3

 (vgl.3): 5y – 2z = -3 +

 0y + 0z = 0 (vgl.5)

Ook hier zijn er oneindig veel mogelijkheden. Zie opgave 11.7a.

**11.8**

**a.** (vgl.1) x – 3y + z = -2

 (vgl.2) -2x + y = 4

 (vgl.3) 5y – 2z = -1

 2\* (vgl.1): 2x – 6y +2z = -4

 (vgl.2): -2x + y = 4 +

 -5y + 2z = 0 (vgl.4)

 (vgl.4): -5y + 2z = 0

 (vgl.3): 5y - 2z = -1 +

 0y + 0z = -1

Geen oplossing ! Zie ook opgave 11.7b

Op deze manier (de eliminatie methode), toegepast op twee verschillende sets vergelijkingen uit hetzelfde stelsel, komen twee verschillende waarden naar boven voor dezelfde variabele:
een strijdig stelsel.
Geen oplossingen!

**b.** (vgl.1) x + 5y – 2z = 5

 (vgl.2) 2x – 4z = 1

 (vgl.3) -x + 5y + 2z = -4

 (vgl.1): x + 5y – 2z = 5

 (vgl.3): -x + 5y + 2z = -4 +

 10y = 1 → y = $\frac{1}{10}$

2\* (vgl.1): 2x + 10y – 4z = 10

 (vgl.2): 2x – 4z = 1 -

 10y = 9 → y = $\frac{9}{10}$

Dit stelsel is strijdig.
Geen oplossingen.

**c.** (vgl.1) x + 5y – 2z = 4

 (vgl.2) 2x – 4z = -2

 (vgl.3) -x + 5y + 2z = 6

 (vgl.1): x + 5y – 2z = 4

 (vgl.3): -x + 5y + 2z = 6 +

 10y = 10 (vgl.4) → y = 1

 (vgl.1): x + 5y – 2z = 4

 (vgl.3): -x + 5y + 2z = 6 -

 2x – 4z = -2 (vgl.5)

 (vgl.2) 2x – 4z = -2

 (vgl.5) 2x – 4z = -2 -

 0x + 0z = 0

Oneindig veel oplossingen!