Uitwerkingen Hoofdstuk 17

Wiskunde 2

17.1

a. Je weet: maak gebruik van deze verhouding!

Gevraagd: hoeveel rad = 30

|  |  |
| --- | --- |
| 360° | 30° |
| 2π rad | ? rad  *gevraagde hoek in rad* |

Oftewel, als kruistabel:

Vereenvoudigen geeft:

b. Maak steeds gebruik van dezelfde methode, maar dan alleen de dikgedrukte vergelijking uit a

c.

dit is 2x 30° (uit a.) en dus ook 2x zoveel radialen (evenredige verhouding (lineair))

d. dan x7 = zelfde

e.

Ik raad je aan om het aantal radialen van 30°, 45° en 90° uit je hoofd te leren.

17.2

a.

b.

c.

d.

e.

17.3

a.

b.

c.

d.

e.

17.4

|  |  |
| --- | --- |
| 360° | ?° |
| 2π rad | 1/6 π  *gevraagde hoek in rad* |

a.

b.

c.

d.

e.

17.5

a.

b.

c.

d.

e.

17.6

a.

b.

c.

d.

e.

17.7

CW = clockwise

CCW = counter clockwise

a.

CCW (counter clockwise)

b.

c.

d.

e.

17.8

a.

b.

c.

d.

e.

17.9

a.

b.

c.

d.

e.

17.10

a. Formule voor oppervlakte cirkelsegment:

Voor een volledige cirkel (α = 2π) wordt en blijft er dus over.

Als de straal (r) = 3 en middelpuntshoek (α) = 1 rad, dan:

b. Een halve cirkel heeft een middelpuntshoek van π radialen:

Een diameter is twee keer de straal:

c. Formule voor omtrek cirkel:

Formule voor oppervlakte cirkel: (volledige cirkel)

Waarbij gegeven is dat

*Negatieve waarde voor een oppervlak is fysiek niet mogelijk; neem de positieve waarde aan.*

Dan is de omtrek:

17.12

a. wil zeggen: wat is de waarde van de sinus (de verticale as op de eenheidscirkel) bij een verdraaiing/hoek van CCW.

Bij 0 radialen is de sinus ook nul en de cosinus (de horizontale as) 1. Bij een kwart cirkel , of 90 graden, is de sinus 1 en de cosinus 0.

De waarde van is in de tabel op de bijbehorende theoriepagina te vinden

Dit kun je ook aflezen op de y-as (sinus-as) in de eenheidscirkel, bij een hoek van of

M.b.v. symmetrie in y-as is te bepalen dat:

Dit is af te lezen van de eenheidscirkel en de beide punten moeten wel gelijk zijn aangezien de hoekverdraaiing van π evenredig in drie stukken op te delen is en daarom op dezelfde hoogte moeten zitten (symmetrisch in de y-as).

b. (leid dit af uit de positie op de eenheidscirkel)

en is weer een achtste rondje verder

c. Een verdraaiing van is bijna de cirkel rond, op na. Het staat dus gelijk aan een verdraaiing van . De cosinus is symmetrisch (gespiegeld) over de horizontale as, en heeft dus dezelfde waarde . Dit is dus

spiegelen t.o.v. de x-as

spiegelen t.o.v. de y-as

d.

e.

17.13

a.

b.

c.

d.

e.

17.14

a.

b.

c.

d.

e.

i.v.m. symmetrie t.o.v. y-as

17.15

a.

b.

c.

d.

e.

met de klok mee

17.16

De beweging over de eenheidscirkel begint na 2π (een heel rondje) weer opnieuw; dit kun je dus uit de verdraaiing halen.

a.

b.

c.

d.

e.

17.17

Vanwege symmetrie:

a.

b.

c.

d.

e.

17.18

Zie bladzijde 143 van het boek, en zie de volgende vergelijking (definitie van de tangens):

Tussen 0 en ½ π radialen loopt de verhouding van tot

Van α > ½ π t/m α = π radialen loopt de verhouding van tot

*Met 0- bedoel ik dat de waarde net voor de 0 zit. Het getal is oneindig klein, maar wel negatief.*

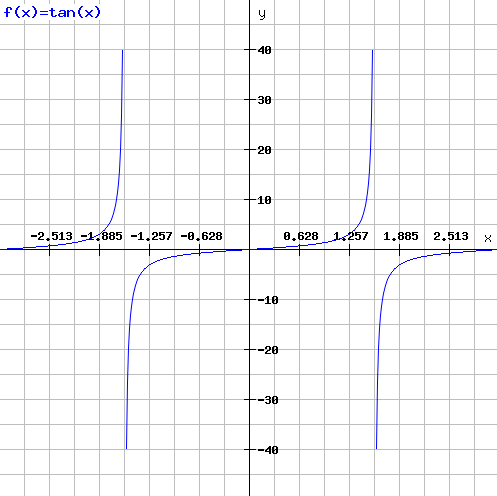
Van α > π tot 3/2 π radialen loopt de verhouding van tot

En van 3/2 π tot 2 π loopt de waarde van de tangens van naar

Daarna eindigt het verloop daar waar het begonnen was:

Daarmee zijn de grenzen van de tangens:

Plaatje:



Hier valt te zien dat de tangens verticale asymptoten heeft op x = -π/2 en x = π/2: de tangens zal deze punten nooit bereiken, maar de waarden vlak hiervoor zijn wel oneindig groot. Op π/4 radialen zijn de sinus en de cosinus gelijk aan elkaar en geeft dit dus de waarde 1 voor de tangens.

17.22

Gebruik de SOS-CAS-TOA-regel

a.

Dan,

b. De overstaande:

c.

d.

e.

17.23

a.

b.

c.

d.

e.

17.24

a.

b.

c.

d.

e.

17.31

a.

Deze waarde van sinus komt voor op dezelfde plek als maar dan gespiegeld in de x-as (dus nu op de negatieve y-as):

Maar dit is hetzelfde als:

De sinus heeft de waarde ½ op zowel als en dus is ook

Dus alle oplossingen: wanneer of

b.

Volgens het tabel op blz. 141: op , maar ook op

Dit want wat weer te maken heeft met de symmetrie van de cosinus.

Dus, wanneer en

c.

en dus moeten de sinus en de cosinus dus gelijk aan elkaar zijn, op het teken na. Dit gebeurt alleen op

Dit kan in het tweede kwadrant van de eenheidscirkel: sinus = + en cosinus = -. Of in het vierde kwadrant: sinus = - en cosinus = +. Dus,

wanneer of

17.32

a.

De sinus neemt deze waarde aan op volgens de tabel. Dan geldt dit ook op . (Zie de eenheidscirkel). Daarom:

wanneer of

b.

De cosinus neemt de waarde aan op radialen. De waarde ligt op dezelfde hoogte, maar in het tweede kwadrant: andere kant van de verticale as. Omdat het op dezelfde hoogte ligt is de hoek dan radialen. Deze waarde wordt ook aangenomen in het derde kwadrant, hetzelfde punt, maar dan gespiegeld met de x-as. Dit is dus verder:

Daarom: wanneer of

c.

Dit is in het tweede kwadrant: sinus positief en cosinus negatief op

En dit is in het vierde kwadrant: sinus negatief en cosinus positief op

Daarom: als of

17.33

a.

Dit is volgens de tabel op radialen. Dit zit in het eerste kwadrant. In het derde kwadrant nemen de sinus en de cosinus dezelfde waarden aan, maar dan beide negatief. Omdat je dan (volgens de definitie van de tangens) een negatieve waarde op een negatieve waarde deelt, wordt dit weer positief en kom je op exact dezelfde waarde uit. Hetzelfde punt, maar dan in het derde kwadrant zit op . Dit omdat het punt dan even ver van de horizontale as vandaan zit (de cosinus) op de eenheidscirkel, namelijk . Maar dan aan de andere kant.

Daarom: als of

b.

De negatieve waarden van de cosinus zitten aan de linker kant van de eenheidscirkel, en dus in het tweede en derde kwadrant. De cosinus neemt deze waarde aan op dezelfde hoogte als op . Dit zit dus op . Het andere punt voor deze waarde zit een half pi draaiing verder, namelijk op . Daarom: wanneer en

c.

Op nul radialen is de sinus nul en de cosinus 1.

Op radialen is de sinus 1 en de cosinus 0

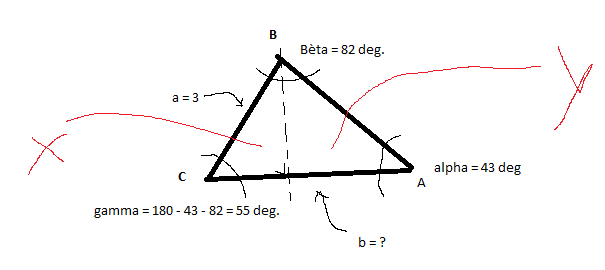
Op een halve cirkel afstand hiervan (π rad) is de cosinus weer nul, maar nu met sinus = -1.

Dus, wanneer en Samengevoegd:

17.58

**N.B.   
Deze vraagstukken moeten worden gemaakt met behulp van een rekenmachine/calculator,   
dus ze komen niet op deze manier terug op het tentamen.   
Op het tentamen zal bij dit soort opgaven gebruik gemaakt worden van hoeken waarvan we   
de sinus en de cosinus kunnen bepalen zonder rekenmachine.   
Hierbij toch de uitwerking van deze vraagstukken om een idee te geven hoe je het e.e.a. aanpakt,  
omdat de uitwerking van deze vraagstukken namelijk verder hetzelfde is.**

*Pas goed op met de instellingen van je calculator: er wordt vaak geswitcht tussen hoeken uitgedrukt in radialen en in graden!*

a. Gevraagd: lengte van b en oppervlakte O:

Noem de gestreepte lijn D: deel de driehoek op in twee rechte driehoeken: CBB’ (X) en ABB’ (Y) waarbij B’ het punt tegenover B is.

OX = (CB’ × BB’)/2

OY = (BB’ × AB’)/2

Of met oppervlakteformule...

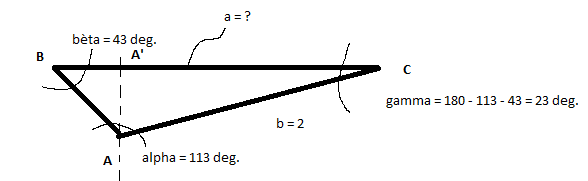
Sinusregel:

Lijnstuk

Lijnlengte BB’:

Lijnlengte CB’:

b. Gevraagd: lengte van a en oppervlakte O:



Lijnstuk a:

Lijnstuk c:

Lijnstuk AA’:

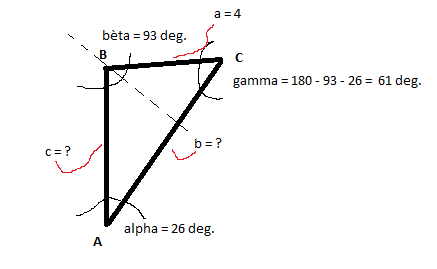
Lijnstuk A’B:

Dan, oppervlakte van driehoek ABA’ =

Enzo, oppervlakte van driehoek AA’C =

Gezamelijke oppervlakte (driehoek ABC) = 0,3274 + 0,7156 = 1,043

c. Gevraagd: lengte van c en oppervlakte O:



Lijnstuk c:

Lijnstuk b:

Lijnstuk CB’:

Lijnstuk AB’:

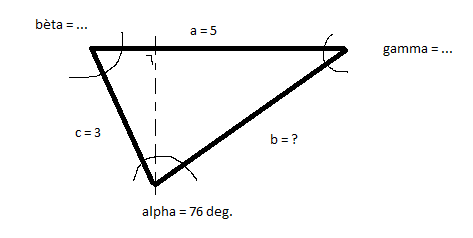
Lijnstuk BB’:

Oppervlakte driehoek ABB’:

Oppervlakte driehoek BB’C:

Oppervlakte van gehele driehoek ABC:

12,7225 + 3,395 = 16,1175

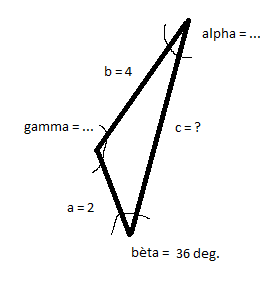
d. Gevraagd: hoek γ en oppervlakte O:

Hoek γ:

Hoek β:

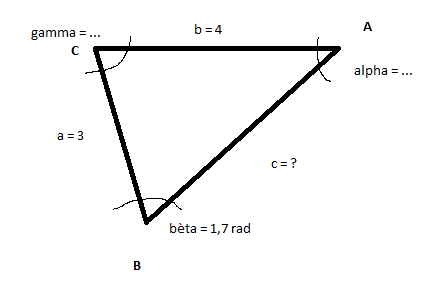
Oppervlakte:

e. Gevraagd: hoek α en oppervlakte O:



Hoek α:

f. Gevraagd: hoek γ en oppervlakte O:



*Stel hier je rekenmachine in op rekenen met radialen.*

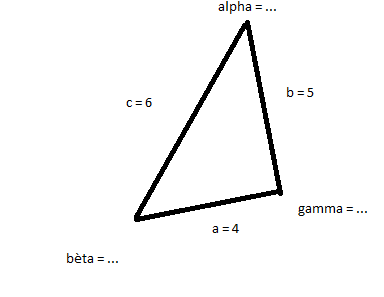
Hoek α:

Hoek γ:

Som van hoeken is altijd 180° = π radialen, dan: π – 0,8387 – 1,7 ≈ 0,6029 rad

Oppervlakte:

g. Gevraagd: hoek γ en oppervlakte O:

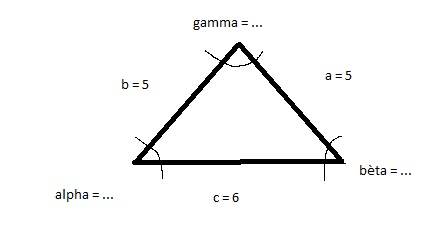


De cosinusregel vraagt enkel één hoek op bij bepaalde zijden, deze kan dan uitgerekend worden:

ofwel,

Oppervlakte:

h. Gevraagd: hoek α en oppervlakte O



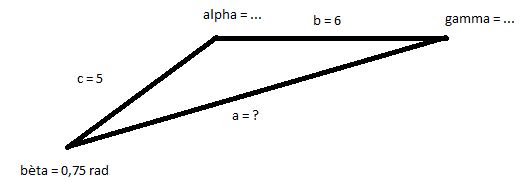
hoek α:

cosinusregel:

Of:

Dan oppervlakte:

i. Gevraagd: lengte a en oppervlakte O



*Stel hier wederom je calculator in op rekenen met radialen.*

Om lengte a te bepalen moeten eerst wat voorbereidingen getroffen worden:

Hoek gamma:

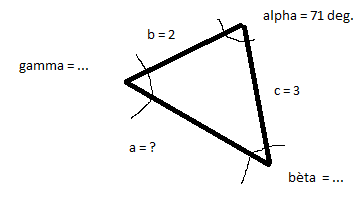
Hoek α:

Lengte a:

Oppervlakte:

j. Gevraagd: lengte a en oppervlakte O

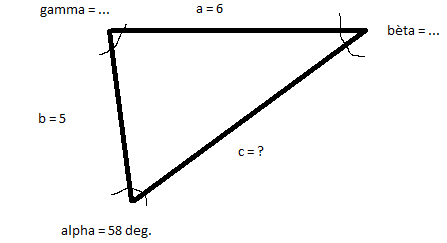
*Graden...*



cosinusregel voor lengte a:

Oppervlakte:

k. Gevraagd: lengte c en oppervlakte O



Hoek β:

Hoek γ:

Lengte c:

Oppervlakte: